Temat 2. Sieć odwrotna.

Zadanie 2.1
Pokazać, że siecią odwrotną do sieci FCC jest BCC i odwrotnie.

Zadanie 2.2
Wykazać, że sieć odwrotna do sieci odwrotnej jest tożsama z wyjściową siecią prostą.
Wskazówka: skorzystać z tożsamości wektorowej $\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})$.

Zadanie 2.3
Wykazać, że każdy wektor sieci odwrotnej $\mathbf{G} = h\mathbf{b}_1 + k\mathbf{b}_2 + l\mathbf{b}_3$, gdzie $\mathbf{b}_i$ są wektorami bazowymi sieci odwrotnej, jest prostopadły do płaszczyzny sieciowej kryształu rzeczywistego o indeksach (*hkl*).

Zadanie 2.4
Udowodnić, że odległość między sąsiednimi płaszczyznami równoległymi o wskaźnikach (*hkl*) można obliczyć ze wzoru $d(hkl) = 2\pi/|\mathbf{G}|$, gdzie $\mathbf{G}$ jest wektorem sieci odwrotnej $\mathbf{G} = h\mathbf{b}_1 + k\mathbf{b}_2 + l\mathbf{b}_3$.

Zadanie 2.5
(a) Znaleźć gęstość punktów sieciowych w płaszczyźnie sieciowej o dowolnych wskaźnikach (*hkl*) w sieci regularnej prostej o stałej *a*.
(b) Udowodnić, że w sieci regularnej prostej płaszczyznami sieciowymi o największej gęstości punktów sieciowych są płaszczyzny {100} (w nawiasach {…} zapisujemy zbiór rodzin płaszczyzn równoważnych ze względu na symetrię kryształu - w sieci SC {100} obejmuje rodziny (100), (010), (001)). Czy możliwe jest wskazanie sieci o najmniejszej gęstości punktów sieciowych?
Wskazówka: wykorzystać związek z poprzedniego zadania oraz fakt, że gęstość punktów sieciowych w przestrzeni jest odwrotnością objętości komórki elementarnej.

Zadanie 2.6
Korzystając z definicji wektorów $\mathbf{b}_i$ sieci odwrotnej pokaż, że objętość komórki elementarnej sieci odwrotnej jest równa $(2\pi)^3/\Omega$, gdzie Ω jest objętością komórki elementarnej sieci prostej.

Zadanie 2.7
Grafit posiada strukturę warstwową, gdzie w warstwie atomy węgla leżą w narożach sześciokątów regularnych o boku *a*. Pokazać, że komórka elementarna zawiera 2 atomy. Znaleźć sieć prostą, odwrotną oraz 1 strefę Brillouina.

Zadanie 2.8
Korzystając z wektorów prymitywnych postaci

$$a_1 = a\hat{\mathbf{x}}, \quad a_2 = \frac{1}{2}a\hat{\mathbf{x}} + \frac{\sqrt{3}}{2}a\hat{\mathbf{y}}, \quad a_3 = c\,\hat{\mathbf{z}}.$$

lub też na jakiejkolwiek innej drodze udowodnić, że sieć odwrotna prostej sieci heksagonalnej jest również prostą siecią heksagonalną ze stałymi sieci $2\pi/c$ oraz $4\pi/\sqrt{3}a$, obróconą o kąt 30° względem sieci pierwotnej.

Zadanie 2.9
Narysuj pierwszą strefę Brilluina dla dwuwymiarowej sieci odwrotnej:
a) tetragonalnej z prostopadłymi wektorami bazowymi o długościach w stosunku 3 do 2,
b) sieci z wektorami bazowymi o równych długościach tworzącymi kąt < 90° i jednocześnie > 45°.