

Temat 12. Energia i ciepło właściwe kryształu (izolatora).

Zadanie 12.1

Wykazać, że dla niskich temperatur $T \ll \Theta$ ciepło właściwe jednoatomowej sieci liniowej, zgodnie z przybliżeniem Debye'a, jest proporcjonalne do T/Θ , gdzie Θ jest efektywną temperaturą Debye'a, która w przypadku jednowymiarowym zdefiniowana jest przez $\Theta = \hbar\omega_D/k_B = \hbar\pi v/k_B a$; gdzie ω_D jest maksymalną częstotliwością wg przybliżenia Debye'a, k_B jest stałą Boltzmana, v jest prędkością dźwięku, zaś a jest odległością między atomami.

Wskazówka 1: $\int_0^{\infty} \frac{x}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^2}{6}$.

Wskazówka 2: gęstość stanów fononowych dla jednoatomowej sieci liniowej w przybliżeniu Debye'a była wyprowadzona na wykładzie:

$$D(\omega) = \begin{cases} \frac{L}{\pi v}, & \text{dla } \omega \leq \pi v / a, \\ 0, & \text{dla } \omega > \pi v / a, \end{cases}$$

gdzie $L = Na$ jest długością łańcucha liniowego, zaś N liczbą atomów w łańcuchu.