

Temat 14. Stany elektronowe w kryształach. Model elektronów swobodnych.

Zadanie 14.1

Energia kinetyczna trójwymiarowego gazu N elektronów w temperaturze 0 K w przybliżeniu elektronów swobodnych (model Sommerfelda) wynosi $E = \frac{3}{5} N \mathcal{E}_F$, gdzie \mathcal{E}_F jest energią Fermiego.

Znaleźć analogiczny związek dla nanostruktur w postaci:

- Bardzo cienkich drutów (struktura jednowymiarowa),
- Monoatomowej warstwy (struktura dwuatomowa).

Wskazówka: rozwiązanie dla przypadku trójwymiarowego było przedstawione na wykładzie.

Zadanie 14.2

Wyprowadź wzory na funkcję gęstości stanów $g(\mathcal{E})$, tzn. liczbę stanów na jednostkowy przedział energii wokół wartości \mathcal{E} , dla elektronów swobodnych w przypadkach:

- jednowymiarowy łańcuch atomów o długości L ,
- dwuwymiarowy kwadrat o boku L i grubości monoatomowej.

Porównaj odpowiednie wykresy z przypadkiem trójwymiarowym (wykład, temat 15).

Zadanie 14.3

- Wyprowadź równanie stanu (związek ciśnienia i objętości) trójwymiarowego gazu elektronowego w temperaturze $T = 0$ K.
- Wyznaczyć moduł sprężystości objętościowej $B = -V(\partial p / \partial V)$ gazu elektronowego w temperaturze $T = 0$ K i wyrazić go poprzez energię Fermiego.

Wskazówki:

- W temperaturze 0 K zmiana energii E gazu elektronowego jest równa jego pracy objętościowej ze znakiem „-”.
- Wykorzystaj związki wyprowadzone na wykładzie:

$$E = \frac{3}{5} N \mathcal{E}_F, \quad \text{oraz} \quad \mathcal{E}_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3},$$

gdzie E jest energią całego gazu elektronowego, \mathcal{E}_F jest energią Fermiego, N jest ilością elektronów w próbce o objętości V , $n = N/V$ jest gęstością elektronów, zaś m jest masą elektronu.

Zadanie 14.4

Wykazać, że gęstość prądu elektrycznego j [A/m^2] płynącego w metalu o stałej koncentracji elektronów swobodnych n jest wprost proporcjonalna do natężenia przyłożonego pola elektrycznego E [V/m].

Wskazówka: z powodu zderzeń elektronów z domieszkami, z niedoskonałościami sieci krystalicznej oraz z fononami, elektrony poruszają się od zderzenia do zderzenia ze średnim czasem τ , który można uznać za wielkość stałą. Dodatkowy pęd uzyskany między zderzeniami na skutek działania pola elektrycznego, podczas zderzenia zmniejsza się średnio biorąc do zera.