

Lista tematów na kolokwium z wykładu Lasery i ich wybrane zastosowania w fizyce, rok 2025

Podczas kolokwium należy opracować trzy zagadnienia wybrane z czterech podanych w otrzymanym zestawie. Każde zagadnienie będzie pochodziło z innego tematu.

Temat 1. Właściwości promieniowania laserowego

1. Wyjaśnić związek pomiędzy rozbieżnością kątową wiązki światła laserowego a rozmiarem otworu wynikający z teorii dyfrakcji Fraunhoffera.
2. Czym jest spójność światła i jak można ją opisać w sposób ilościowy (wyprowadzenia nie wymagane)?
3. Jak można powiązać drogę spójności światła z szerokością linii widmowej?

Temat 2. Klasyfikacja laserów

4. Rozważyć dwa lasery o pracy ciągłej, emitujące światło o długości fali 633 nm, o różnych mocach 1 mW oraz 15 mW. Czy klasy tych dwóch urządzeń oraz zagrożenia stwarzane dla użytkownika różnią się według polskiej normy PN-EN 60825-1:2010?
5. Podać warunek stabilności rezonatora złożonego z dwóch zwierciadeł płaskich lub sferycznych i naszkicować odpowiadający temu warunkowi diagram stabilności rezonatora. Zaznaczyć na diagramie punkt odpowiadający rezonatorowi z dwóch zwierciadeł płaskich.

Temat 3. Fizyczne podstawy działania laserów

6. Jakie procesy promieniste przewiduje model Einsteina dla układu o dwóch poziomach energetycznych? Jakim równaniem opisana jest szybkość zmian obsadzenia poziomów (bez dalszych przekształceń)?
7. W jaki sposób można opisać prawdopodobieństwo absorpcji promieniowania o rozkładzie $\rho^e(\nu)$ z uwzględnieniem skończonej szerokości linii absorpcyjnej? Rozważyć przypadek ogólny oraz przypadek bardzo wąskiego rozkładu promieniowania w porównaniu do szerokości linii absorpcyjnej.
8. Z czego wynika naturalna szerokość linii spektralnej dla promieniowania emitowanego przez izolowane od otoczenia cząsteczki? Jakie mechanizmy są przyczyną poszerzenia linii spektralnych gazów złożonego z wielu molekuł?
9. Przedstawić diagram przejść dla ośrodka czynnego o wybranej liczbie poziomów energetycznych i wyjaśnić jakie warunki muszą być zapewnione aby otrzymać inwersję obsadzeń.
10. Natężenie światła I rozchodzącego się w ośrodku czynnym wzdłuż osi z jest opisane równaniem różniczkowym $dI/dz = \gamma(\nu) I$. Jakie są rozwiązania tego równania w przypadkach szczególnych: 1) dla małego natężenia światła, przy którym współczynnik wzmocnienia dla danej częstotliwości światła $\gamma(\nu) = \text{const.}$, oraz 2) dla dużego natężenia światła $I \gg I_s$, przy którym współczynnik wzmocnienia $\gamma(\nu) = \gamma_0(\nu)[1 + I/I_s]$, gdzie γ_0 oraz I_s są stałymi materiałowymi.
11. Zdefiniować pojęcia *dobroć rezonatora* oraz *czas życia fotonów* τ_c *we wnętrzu pasywnej rezonatora*. Jak te dwie wielkości są ze sobą powiązane (wyprowadzenia wzorów nie wymagane)?
12. Wyjaśnić czym są mody podłużne rezonatora. W jakich warunkach możliwa jest jednoczesna generacja wielu modów w laserze?
13. Wyjaśnić czym są mody poprzeczne rezonatora i jakie symbole stosuje się do ich opisu.
14. Rozważyć rezonator liniowy o długości L składający się z dwóch zwierciadeł o natężeniowych współczynnikach transmisji R_1 i R_2 , pomiędzy którymi znajduje się ośrodek czynny o współczynniku wzmocnienia γ i współczynniku strat χ . Jaki warunek progowy muszą spełniać wymienione wielkości aby możliwe było utrzymanie akcji laserowej?

Temat 4. Zasada działania i budowa wybranych laserów gazowych

15. Naszkicować i omówić krótko budowę rury lasera He-Ne zamkniętej płytkami brewsterowskimi.
16. Przedstawić w sposób graficzny i/lub symboliczny sekwencję przejść pomiędzy poziomami energetycznymi prowadzącą w laserze He-Ne do emisji światła o co najmniej jednej wybranej długości fali.
17. Przedstawić w sposób graficzny i/lub symboliczny sekwencję przejść pomiędzy poziomami energetycznymi prowadzącą w laserze CO₂-N₂ do emisji światła o co najmniej jednej wybranej długości fali.

18. Zapisać równania Maxwella razem z tzw. *równaniami materiałowymi* i opisać użyte symbole. Jakie uproszczenia można przyjąć w przypadku pól o częstotliwościach optycznych w dielektryku?
19. Rozwiązanie układu równań Maxwella dla płaskiej fali świetlnej $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \exp[i\omega(t - n \mathbf{s} \cdot \mathbf{r}/c)]$ rozchodzącej się w kierunku jednostkowego wektora $\mathbf{s}$ w jednorodnym anizotropowym dielektryku opisanym tensorem przenikalności ϵ prowadzi do następującego równania:

$$n^2 (\epsilon_{0x} s_x + \epsilon_{0y} s_y + \epsilon_{0z} s_z) \mathbf{s} - n^2 \mathbf{E}_0 + \epsilon \mathbf{E}_0 = 0.$$

Zapisać powyższe równanie w postaci macierzowej, a następnie zaproponować transformację równania do takiego układu współrzędnych, w którym szczególnie łatwo widać, że jest to równanie o dwóch rozwiązaniach względem kwadratu współczynnika załamania światła n^2 .

20. Wyjaśnić czym jest *azymut fali* oraz *kąt przekątnej* fali o dowolnej polaryzacji eliptycznej. W jakiej szczególnej sytuacji te dwie wielkości stają się równe, a w jakiej równe co do modułu lecz o przeciwnych znakach? W jakiej relacji pozostają kąty przekątnych fali szybszej i fali wolniejszej w ośrodku anizotropowym opisanym hermitowskim tensorem nieprzenikalności elektrycznej?
21. Wyjaśnić pojęcie *skrętność fali* w przypadku gdy fala biegnie wzdłuż z do obserwatora. Powiązać skrętność fali z różnicą faz $\delta = \delta_x - \delta_y$ pomiędzy składowymi wektora natężenia pola elektrycznego tej fali $\mathcal{E}_x = |\mathcal{E}_{0x}| \exp[i(\omega t - nz/c - \delta_x)]$ oraz $\mathcal{E}_y = |\mathcal{E}_{0y}| \exp[i(\omega t - nz/c - \delta_y)]$.
22. Właściwości optyczne nieabsorbującego ośrodka anizotropowego są opisane hermitowskim tensorem nieprzenikalności elektrycznej $\mathbf{B}$. Wykazać, że w takiej sytuacji różnica faz $\delta_f = \delta_{fx} - \delta_{fy}$ pomiędzy fazami składowych x oraz y płaskiej fali szybszej rozchodzącej się w tym ośrodku jest opisana wzorami $\sin \delta_f = \text{Im}[B_{xy}^*]/|B_{xy}|$ oraz $\cos \delta_f = \text{Re}[B_{xy}]/|B_{xy}|$, natomiast analogiczna różnica faz dla fali wolniejszej $\delta_s = \delta_f \pm 180^\circ$.

Potrzebne wzory:

$$\begin{bmatrix} -n^2 B_{xx} + 1 & -n^2 B_{xy} & 0 \\ -n^2 B_{yx} & -n^2 B_{yy} + 1 & 0 \\ -n^2 B_{zx} & -n^2 B_{zy} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{E}_{0x} \\ \mathcal{E}_{0y} \\ \mathcal{E}_{0z} \end{bmatrix} = 0,$$

gdzie n jest współczynnikiem załamania światła, który dla fali szybszej (*fast*) oraz wolniejszej (*slow*) przyjmuje wartości dane wzorami

$$n_f^2 = \frac{2}{B_{xx} + B_{yy} + \sqrt{(B_{xx} - B_{yy})^2 + 4B_{xy}B_{yx}}},$$

$$n_s^2 = \frac{2}{B_{xx} + B_{yy} - \sqrt{(B_{xx} - B_{yy})^2 + 4B_{xy}B_{yx}}},$$

natomiast $\mathcal{E}_{0x}$, $\mathcal{E}_{0y}$, $\mathcal{E}_{0z}$ są zespolonymi składowymi amplitudy $\mathbf{E}_0$ fali płaskiej opisanej wzorami

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 \exp[i\omega(t - n \mathbf{s} \cdot \mathbf{r}/c)], \\ \mathcal{E}_x &= |\mathcal{E}_{0x}| \exp[i(\omega t - nz/c - \delta_x)], \\ \mathcal{E}_y &= |\mathcal{E}_{0y}| \exp[i(\omega t - nz/c - \delta_y)], \end{aligned}$$

przy czym równania te dotyczą zarówno fali szybszej, jak i fali wolniejszej.

23. Wykazać, że kąt przekątnej płaskiej fali szybszej β_f oraz kąt przekątnej płaskiej fali wolniejszej β_s rozchodzących się w ośrodku opisanym dowolnym tensorem nieprzenikalności elektrycznej $\mathbf{B}$ spełniają związek: $\tan(\beta_f) \tan(\beta_s) = |B_{yx}|/|B_{xy}|$. Jak upraszcza się ten związek dla hermitowskiego tensora $\mathbf{B}$?

Potrzebne wzory:

$$\begin{bmatrix} -n^2 B_{xx} + 1 & -n^2 B_{xy} & 0 \\ -n^2 B_{yx} & -n^2 B_{yy} + 1 & 0 \\ -n^2 B_{zx} & -n^2 B_{zy} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{E}_{0x} \\ \mathcal{E}_{0y} \\ \mathcal{E}_{0z} \end{bmatrix} = 0,$$

gdzie n jest współczynnikiem załamania światła, który dla fali szybszej (*fast*) oraz wolniejszej (*slow*) przyjmuje wartości dane wzorami

$$n_f^2 = \frac{2}{B_{xx} + B_{yy} + \sqrt{(B_{xx} - B_{yy})^2 + 4B_{xy}B_{yx}}},$$

$$n_s^2 = \frac{2}{B_{xx} + B_{yy} - \sqrt{(B_{xx} - B_{yy})^2 + 4B_{xy}B_{yx}}},$$

natomiast ϵ_{0x} , ϵ_{0y} , ϵ_{0z} są zespolonymi składowymi amplitudy ϵ_0 fali płaskiej opisanej wzorami

$$\epsilon = \epsilon_0 \exp[i\omega(t - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}/c)],$$

z czego wynikają kąty przekątnej

$$\tan \beta = \frac{|\epsilon_{0y}|}{|\epsilon_{0x}|},$$

przy czym wzór ten dotyczy zarówno fali szybszej, jak i fali wolniejszej.

Temat 6. Tensorowy opis właściwości optycznych jednorodnych ośrodków anizotropowych

24. Wyjaśnić jaką szczególną postać przyjmują tensory nieprzenikalności oraz przenikalności elektrycznej dla częstotliwości optycznych w ośrodkach nieabsorbujących, w przypadkach: 1) dowolnej polaryzacji eliptycznej fal rozchodzących się w ośrodku, 2) dla ośrodka liniowo dwójłomnego, 3) dla ośrodka kołowo dwójłomnego.
25. Przedstawić dwa spotykane w literaturze podejścia do ilościowego opisu kwadratowego efektu elektrooptycznego (efektu Kerra). Wyprowadzenie związku pomiędzy stałymi wykorzystywanymi w tych dwóch podejściach nie jest wymagane.
26. Ośrodek o symetrii $\infty\infty m$ przy braku zewnętrznych oddziaływań jest ośrodkiem izotropowym. Zapisać składowe tensora nieprzenikalności elektrycznej B_{ij} opisującej ten ośrodek w polu elektrycznym $\mathbf{E} = [0, E, 0]$, wiedząc, że: współczynnik załamania światła przy braku zewnętrznego pola wynosi n_0 , liniowy efekt elektrooptyczny nie jest możliwy ze względu na symetrię ośrodka, a składowe tensora kwadratowego efektu elektrooptycznego zapisane przy wykorzystaniu skróconej formy indeksów są następujące:

$$[g_{ij}] = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{12} & 0 & 0 & 0 \\ g_{12} & g_{11} & g_{12} & 0 & 0 & 0 \\ g_{12} & g_{12} & g_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \times & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \times & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \times \end{bmatrix}, \quad \text{gdzie } \times = 2(g_{11} - g_{12}).$$

27. Wyjaśnić w jaki sposób można zbudować zespolony tensor przenikalności elektrycznej $[\epsilon]$ uwzględniający zjawisko aktywności optycznej dla wiązki światła rozchodzącej się w ośrodku opisanym pseudotensorem skręcenia drugiej rangi $[\mathbf{g}]$ w kierunku danym przez wektor jednostkowy $\mathbf{s}$?
28. Wykorzystując definicję tensora nieprzenikalności $[\mathbf{B}] = [\epsilon]^{-1}$, gdzie $[\epsilon]$ jest tensorem przenikalności elektrycznej, wyprowadzić związek $\text{Im}[\mathbf{B}] = -\text{Re}[\mathbf{B}][\mathbf{G}]\text{Re}[\mathbf{B}]$, w którym $[\mathbf{G}] = \text{Im}[\epsilon]$. Czy związek ten jest dokładny?

Temat 7. Transformacja stanu polaryzacji światła przez płytki płasko-równoległe

29. Wyjaśnić czym jest wektor Jonesa? W jaki sposób można uprościć postać wektora Jonesa gdy nie są istotne zmiany chwilowego położenia wektora pola elektrycznego fali świetlnej $\mathbf{E}$ w czasie oraz nie są istotne bezwzględne wartości faz składowych tego wektora, a jedynie ich różnica?
30. Wykorzystując rachunek Jonesa wykazać, że:
 - a) płytkę ćwierćfalową można użyć do zamiany polaryzacji liniowej światła na polaryzację kołową,
 - b) płytkę ćwierćfalową można użyć do zamiany polaryzacji kołowej światła na polaryzację liniową,
 - c) płytkę półfalową można użyć do zamiany światła o polaryzacji kołowej prawoskrętnej na lewoskrętną,
 - d) płytkę półfalową można użyć do obrotu płaszczyzny światła spolaryzowanego liniowo.

Pytanie na kolokwium będzie zawierało tylko jeden z powyższych wariantów.

Wskazówka: ogólna postać macierzy Jonesa

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} T_f \cos^2 \beta_f + T_s \sin^2 \beta_f e^{-i\Gamma} & \sin \beta_f \cos \beta_f (T_f - T_s e^{-i\Gamma}) e^{-i\delta} \\ \sin \beta_f \cos \beta_f (T_f - T_s e^{-i\Gamma}) e^{i\delta} & T_f \sin^2 \beta_f + T_s \cos^2 \beta_f e^{-i\Gamma} \end{bmatrix},$$

gdzie:

T_f i T_s – amplitudowe współczynniki transmisji fali szybszej (f) i wolniejszej (s),

β_f – kąt przekątnej fali szybszej,

δ – różnica fazy składowej x względem składowej y dla fali szybszej,

Γ – różnica faz powstająca w płycie pomiędzy falą wolniejszą i szybszą.

31. Pokazać, w jaki sposób rachunek Jonesa umożliwia wyprowadzenie prawa Malusa, które opisuje natężenie światła przechodzącego przez układ dwóch doskonałych polaryzatorów liniowych o dowolnych azymutach.

Temat 8. Zastosowanie światła laserowego do pomiarów wybranych właściwości optycznych monokryształów i cieczy

32. Podać jeden przykład konfiguracji układu odpowiedniego do pomiarów efektów elektrooptycznych. Zapisać rachunek Jonesa prowadzący do znalezienia wektora Jonesa opisującego światło przechodzące przez wybrany układ – bez wyznaczania macierzy i obliczeń natężenia światła.

Wskazówka: jak w pytaniu 30.

33. Wykazać, dla jakiej kombinacji kierunku przyłożonego pola elektrycznego $\mathbf{E}$ i kierunku światła $\mathbf{s}$ zapisanych w układzie osi krystalograficznych XYZ w kryształ o symetrii $\bar{4}2m$, różnica faz Γ powstająca pomiędzy falą wolniejszą i szybszą w kryształ jest proporcjonalna do kwadratu przyłożonego pola elektrycznego E^2 i następującej kombinacji współczynników kwadratowego efektu elektrooptycznego:

a) $n_o^3(q_{11} - q_{12})$,

b) $n_o^3q_{13} - n_e^3q_{33}$,

c) $n_o^3q_{66}$,

d) $n_o^3q_{12} - n_e^3q_{31} - \frac{n_o^3 + n_e^3}{n_o^3 - n_e^3} n_o^2 n_e^2 r_{41}^2$.

Pytanie na kolokwium będzie zawierało tylko jeden z powyższych wariantów.

Zapisać tensor nieprzenikalności elektrycznej $[B_{ij}]$ kryształu przy włączonym polu elektrycznym w układzie osi krystalograficznych XYZ oraz w układzie xyz stosowanym w rachunku Jonesa, w którym $\mathbf{s} \parallel \mathbf{z}$. Tensor naturalnej dwójłomności liniowej $[B_{ij}(E = 0)]$ oraz tensory liniowego $[r_{ij}]$ i kwadratowego $[q_{ij}]$ efektu elektrooptycznego zapisane w układzie XYZ kryształu o symetrii $\bar{4}2m$ mają następującą postać:

$B_{ij}(E = 0)$	r_{ij}	q_{ij}
$\begin{bmatrix} n_o^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & n_o^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & n_e^{-2} \end{bmatrix},$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{bmatrix},$	$\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ q_{12} & q_{11} & q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ q_{31} & q_{31} & q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{66} \end{bmatrix}.$

Wskazówka: różnica faz pomiędzy falą wolniejszą i szybszą powstająca na drodze L

$$\Gamma = \frac{2\pi L}{\lambda} (n_s - n_f)$$

gdzie współczynniki załamania fali szybszej (n_f) i fali wolniejszej (n_s):

$$n_f = \sqrt{\frac{2}{B_{xx} + B_{yy} + \sqrt{(B_{xx} - B_{yy})^2 + 4B_{xy}B_{yx}}}}, \quad n_s = \sqrt{\frac{2}{B_{xx} + B_{yy} - \sqrt{(B_{xx} - B_{yy})^2 + 4B_{xy}B_{yx}}}}.$$

34. Wykorzystując rachunek Jonesa wykazać, że fala spolaryzowana liniowo w płaszczyźnie o dowolnym azymucie α , doznaje obrotu płaszczyzny polaryzacji o kąt $\Gamma/2$ przy zachowaniu polaryzacji liniowej podczas przejścia przez niedichroiczny lewoskrętny ośrodek kołowy ($T_f = T_s = T$, $\beta_f = 45^\circ$, $\delta_f = -90^\circ$) o różnicy faz Γ pomiędzy falą wolniejszą i falą szybszą.

Wskazówka: jak w pytaniu 30.