POLITECHNIKA ŁÓDZKA

INSTYTUT FIZYKI

LABORATORIUM

FIZYKI KRYSZTAŁÓW STAŁYCH

ĆWICZENIE Nr 5

Badanie liniowego efektu elektrooptycznego
(efektu Pockelsa)
w kryształach grupy KDP

Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie wartości składowej $\mathbf{r_{63}}$ tensora liniowego efektu elektrooptycznego.

Teoria fenomenologiczna efektu Pöckelsa

Liniowy efekt elektrooptyczny (inaczej efekt Pockelsa) jest to zjawisko proporcjonalnych do zewnętrznego pola elektrycznego zmian stałych polaryzacyjnych i może ono występować tylko w ośrodkach pozbawionych środka symetrii .

Równanie indykatrysy optycznej w głównym układzie współrzędnych dowolnego kryształu jest postaci :

$$\mathbf{a}_{10}\mathbf{X}^2 + \mathbf{a}_{20}\mathbf{Y}^2 + \mathbf{a}_{30}\mathbf{Z}^2 = \mathbf{1},$$

gdzie $\mathbf{a}_{k0}$ są to stałe polaryzacyjne zależne od współczynników załamania światła w następujący sposób :

$$\mathbf{a}_{10} = \mathbf{1/n^2}_{10}$$
$$\mathbf{a}_{20} = \mathbf{1/n}^2{}_{20}$$
$$\mathbf{a}_{30} = \mathbf{1/n}^2{}_{30}.$$

Równanie indykatrysy optycznej w tym samym układzie współrzędnych dla kryształu poddanego działaniu zewnętrznego pola elektrycznego jest postaci :

$$\mathbf{a}_1\mathbf{X}^2 + \mathbf{a}_2\mathbf{Y}^2 + \mathbf{a}_3\mathbf{Z}^2 + \mathbf{2a}_4\mathbf{YZ} + \mathbf{2a}_5\mathbf{ZX} + \mathbf{2a}_6\mathbf{YX} = \mathbf{1},$$

gdzie wskaźniki cyfrowe przy współczynnikach indykatrysy optycznej zapisane są w konwencji zapisu :

$11 \rightarrow 1$

$22 \rightarrow 2$

$33 \rightarrow 3$

$23 \rightarrow 4$

$31 \rightarrow 5$

$12 \rightarrow 6.$

W przypadku liniowego efektu elektrooptycznego zmiana stałych polaryzacyjnych $\mathbf{a}_{ij}$ jest wprost proporcjonalna do zewnętrznego pola elektrycznego :

$$\Delta\mathbf{a}_{ij} = a_{ij}\text{-}a_{i0} = \mathbf{r}_{ijk}\mathbf{E}_{\,k},$$

gdzie $\mathbf{r}_{ijk}$ są to współczynniki elektrooptyczne będące składowymi tensora trzeciej rangi symetrycznego ze względu na przestawienie dwóch pierwszych wskaźników ($_{ij}$) - symbol $[r]^2r$.

Symetria tetragonalnej odmiany kryształów KD_2PO_4 (DKDP) , które są klasy 42m narzuca ograniczenia na składowe tensora $\mathbf{r}^-$. Spośród osiemnastu składowych tensora $\mathbf{r}^-$ nie równe zeru są tylko trzy :

$$\mathbf{r}_{\,123} \text{ oraz } \mathbf{r}_{231} = \mathbf{r}_{321},$$

które to współczynniki w skróconej konwencji zapisu opisuje się odpowiednio jako $\mathbf{r}_{63}$ i $\mathbf{r}_{41}$.

Uwzględniając wpływ zewnętrznego pola elektrycznego przyłożonego wzdłuż osi OZ, czyli pokrywającego się z osią optyczną kryształu (kryształy tetragonalnej odmiany DKDP są kryształami jednoosiowymi), równanie indykatrysy optycznej w układzie głównym osi współrzędnych jest postaci :

$$\mathbf{a}_{10}\cdot(\ \mathbf{X}^2 + \mathbf{Y}^2\ ) + \mathbf{a}_{30}\cdot\mathbf{Z}^2 + \mathbf{2r}_{63}\cdot\mathbf{E}\cdot\mathbf{X}\cdot\mathbf{Y} = \mathbf{1.}$$

Przechodząc z głównego układu współrzędnych do układu związanego z osiami głównymi indykatrysy optycznej otrzymuje się :

$$(\ \mathbf{a}_{10} - \mathbf{r}_{63}\cdot\mathbf{E}\ )\mathbf{X}^{'2} + (\ \mathbf{a}_{10} + \mathbf{r}_{63}\cdot\mathbf{E}\ )\mathbf{Y}^{'2} + \mathbf{a}_{30}\cdot\mathbf{Z}'2 = \mathbf{1.}$$

Kładąc warunek na wektor falowy **k** promienia świetlnego w postaci **k || Z**, przekrój indykatrysy optycznej płaszczyzną **Z** = **0** daje elipsę optyczną o równaniu :

$$(\ \mathbf{a}_{10} - \mathbf{r}_{63}\mathbf{E}\ )\mathbf{X}^{'2} + (\ \mathbf{a}_{10} + \mathbf{r}_{63}\mathbf{E}\ )\mathbf{Y}^{'2} = \mathbf{1.}$$

Stąd współczynniki załamania światła odpowiednio wzdłuż osi $\mathbf{X}^{'}$ i $\mathbf{Y}^{'}$ są postaci :

$$\mathbf{n}^{x'} = (\ \mathbf{a}_{10}\ - \mathbf{r}_{63}\mathbf{E}\ )^{-½} \cong \mathbf{n}_{10} + ½\ \mathbf{n}_0^{\ 3}\mathbf{r}_{63}\mathbf{E},$$
$$\mathbf{n}^{y'} = (\ \mathbf{a}_{10}\ + \mathbf{r}_{63}\mathbf{E}\ )^{-½} \cong \mathbf{n}_{20} - ½\ \mathbf{n}_0^{\ 3}\mathbf{r}_{63}\mathbf{E},$$

gdzie $\mathbf{n}_0 = \mathbf{n}_{10} = \mathbf{n}_{20}$ ze względu na symetrię tetragonalnej odmiany DKDP (kryształ jednoosiowy optycznie).

Padające, liniowo spolaryzowane światło o długości λ, rozkłada się w krysztale na dwie wzajemnie prostopadle spolaryzowane wiązki, które rozchodzą się w krysztale z różnymi prędkościami w płaszczyznach $Z^{'}OX^{'}$ i $Z^{'}OY^{'}$. Po przebyciu drogi **L** różnica faz **Γ** tych wiązek jest równa różnicy opóźnień fazowych każdej z nich :

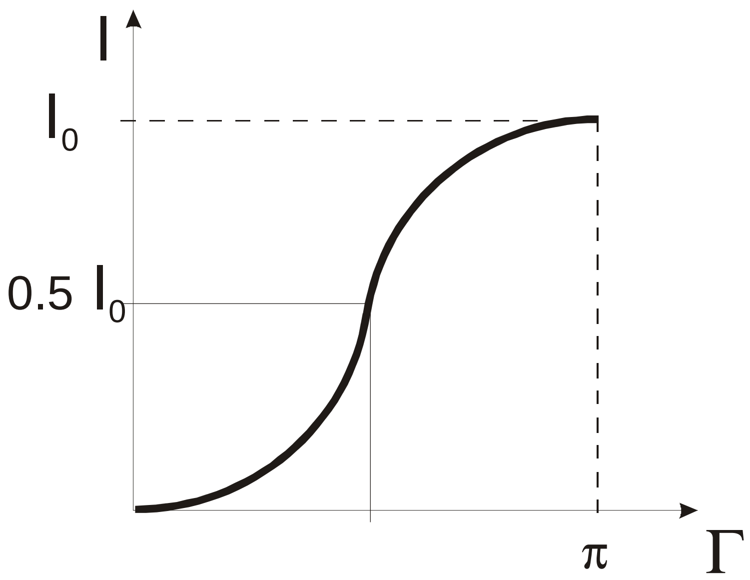
$$\mathbf{\Gamma} = (\ 2\pi\mathbf{L}/\lambda\ )\ [\mathbf{n}^{x'} - \mathbf{n}^{y'}]\ = (\ 2\pi\mathbf{L}/\lambda\ )\ \mathbf{n}_0^{\ 3}\ \mathbf{r}_{63}\mathbf{E}.$$

Stąd światło na wyjściu z kryształu jest spolaryzowane eliptycznie.

Jeżeli umieścić kryształ pomiędzy polaryzatorem i analizatorem, których płaszczyzny polaryzacji są wzajemnie prostopadłe, to wówczas natężenie światła na wyjściu z takiego układu jest równe :

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_0\ \sin^2(\ \mathbf{\Gamma}/2\ ),$$

gdzie I_0 jest to natężenie światła prze chodzącego przez układ, gdy $\mathbf{\Gamma} = \pi$.



Rys. 1. Natężenie światła na wyjściu układu w funkcji zmian przesunięcia fazowego **Γ.**

Zależność natężenia światła po przejściu przez układ **polaryzator-kryształ-analizator** od różnicy fazy Γ, **a więc również i od napięcia przykładanego do kryształu - czyli od pojawienia się w krysztale natężenia pola elektrycznego E**, przedstawiona jest graficznie na Rys. 1. Uwzględniając tożsamość trygonometryczną: $\sin^2\alpha = 0.5\cdot(1 - \cos 2\alpha)$ natężenie światła można opisać zależnością:

$$\mathbf{I} = ½ \cdot \mathbf{I}_0 \cdot (1 - \cos \boldsymbol{\Gamma}) = ½ \mathbf{I}_0 - ½ \mathbf{I}_0 \cdot \cos \boldsymbol{\Gamma}.$$

Jest to wykres kosinusoidy przesuniętej do góry o wartość amplitudy czyli o $½ \mathbf{I}_0$.

Mierząc natężenie **I** w funkcji przyłożonego napięcia można wyznaczyć wartość **liniowego współczynnika elektrooptycznego $\mathbf{r}_{63}$**.

Inną wielkością charakteryzującą elektrooptyczne własności kryształu jest tzw. **napięcie półfali –** czyli <u>takie napięcie przyłożone do kryształu, które wprowadza przesunięcie fazowe: $\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\pi}$</u>. W przypadku podłużnego liniowego efektu elektrooptycznego (podłużny efekt Pöckelsa) w kryształach tetragonalnej odmiany **DKDP** napięcie półfali $U_{\lambda/2}$ opisane jest wzorem :

$$\mathbf{U}_{\lambda/2} = \boldsymbol{\lambda} / (2 \cdot \mathbf{n}_0^3 \cdot \mathbf{r}_{63}).$$

Metoda dynamiczna

Jeżeli do kryształu przyłożyć sinusoidalnie zmienne napięcie o częstości ω i amplitudzie U_0 wzdłuż osi OZ to wówczas E = U / L i różnica faz wiązek na wyjściu kryształu wynosi:

$$\boldsymbol{\Gamma} (\mathbf{t}) = (2\pi /\lambda) \mathbf{n}_0^3 \mathbf{r}_{63} \mathbf{U}_0 \sin (\boldsymbol{\omega} \mathbf{t}).$$

Stąd względne natężenie światła na wyjściu układu modulatora zbudowanego ze skrzyżowanych polaryzatorów i kryształu i wynosi:

$$\mathbf{I} (\mathbf{t}) = ½ \mathbf{I}_0 - ½ \mathbf{I}_0 \cdot \cos [(2\pi /\lambda) \mathbf{n}_0^3 \mathbf{r}_{63} \mathbf{U}_0 \sin (\boldsymbol{\omega} \mathbf{t})].$$

Rozwijając funkcję $\cos(\alpha)$ w szereg Fouriera $\cos(\alpha) \approx 1 - (1/2)\cdot\alpha^2 + (1/24)\cdot\alpha^4 + ...$ i ograniczając wyrazy rozwinięcia do pierwszych dwóch z uwagi na niewielką wartość zmian $\alpha = \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{t})$ natężenie światła wynosi:

$$\mathbf{I} (\mathbf{t}) = ¼ \mathbf{I}_0 \cdot [(2\pi /\lambda) \mathbf{n}_0^3 \mathbf{r}_{63} \mathbf{U}_0 \sin (\boldsymbol{\omega}\mathbf{t})]^2 ,$$

Co wobec tożsamości trygonometrycznej $\sin^2\alpha = ½ - ½ \cdot \cos(2\alpha)$ prowadzi do wniosku, że

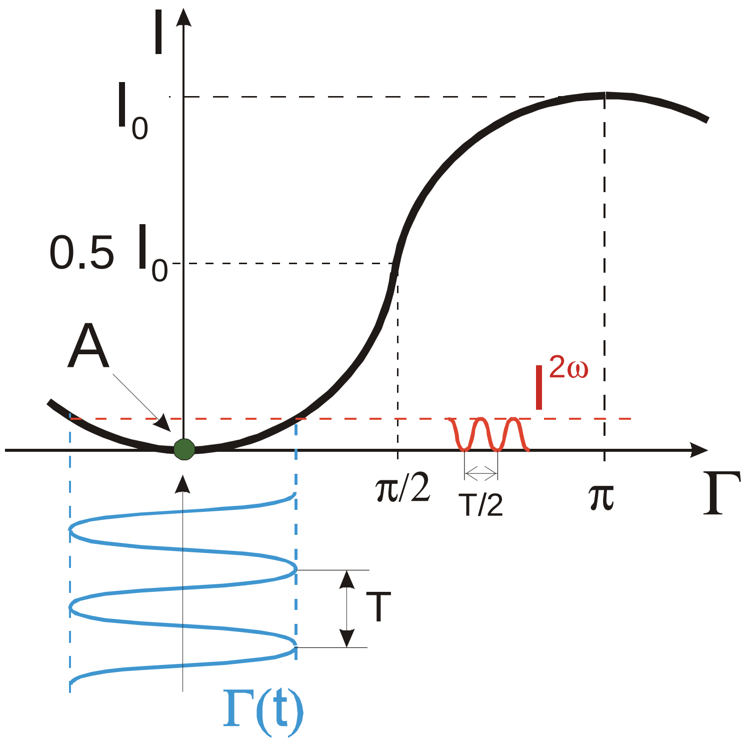
$$\mathbf{I} (\mathbf{t}) = \mathbf{I}^{\mathbf{ST}} + \mathbf{I}^{\mathbf{2\omega}} \cos(2\boldsymbol{\omega}\mathbf{t}),$$

gdzie

$$\mathbf{I}^{\mathbf{ST}} = ½ \mathbf{I}_0 \cdot [(2\pi /\lambda) \mathbf{n}_0^3 \mathbf{r}_{63} \mathbf{U}_0]^2,$$

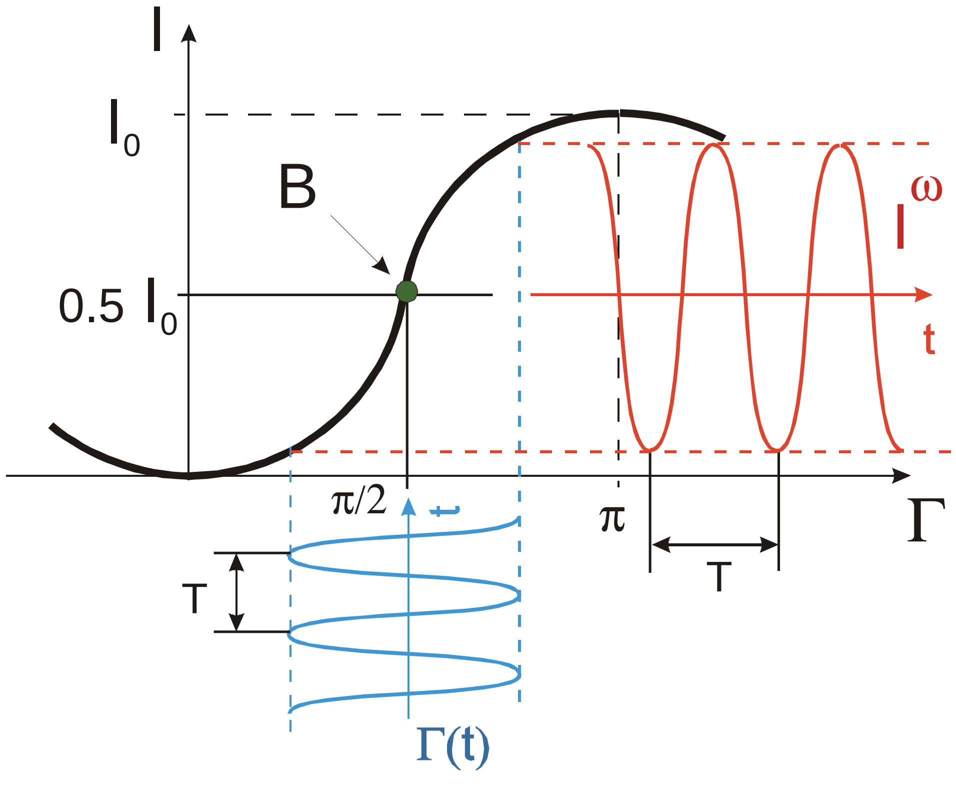
$$\mathbf{I}^{\mathbf{2\omega}} = I^{ST} = ½ \mathbf{I}_0 \cdot [(2\pi /\lambda) \mathbf{n}_0^3 \mathbf{r}_{63} \mathbf{U}_0]^2.$$

Modulacja realizowana jest więc w pobliżu punktu A charakterystyki modulatora (Rys. 2) a więc w w miejscu, gdzie wobec bardzo wolnozmiennej funkji $\sin^2(\Gamma/2)$ amplituda $I^{2\omega}$ jest bardzo mała i trudna do detekcji.



Rys. 2. Modulacja światła poprzez efekt elektrooptyczny realizowana w punkcie A charakterystyki modulatora.

Celowym jest wobec tego przesunięcie punktu pracy modulatora w miejsce, w którym odpowiedź modulatora na zadane napięcie o częstości ω osiągnie maksymalną wartość czyli wybranie punktu B na charakterystyce modulatora (Rys.3).



Rys. 3. Modulacja światła poprzez efekt elektrooptyczny realizowana w punkcie B charakterystyki modulatora - optymalny punkt pracy.

Aby tego dokonać należy dołożyć do przesunięcia fazy zmiennego w czasie $\Gamma(t)$ stałe w czasie przesunięcie fazy $\Gamma_0 = \pi/2$. W praktyce realizuje się to wstawiając do układu tzw. "ćwierćfalówkę", czyli kryształ o tak zadanej grubości i dwójłomności naturalnej aby przesunięcie fazy na jego wyjściu wynosiło dokładnie $\pi/2$. Wówczas natężenie światła na wyjściu modulatora przyjmie postać:

$$\mathbf{I}\,(\,\mathbf{t}\,) = \tfrac{1}{2}\,\mathbf{I}_0 - \tfrac{1}{2}\,\mathbf{I}_0 \cdot \cos\,[\,\mathbf{\Gamma_0} + (\,2\pi/\lambda\,)\,\mathbf{n}_0^3\,\mathbf{r_{63}}\,\mathbf{U_0}\,\sin\,(\,\boldsymbol{\omega}\,\mathbf{t}\,)\,],$$

czyli

$$\mathbf{I}\,(\,\mathbf{t}\,) = \tfrac{1}{2}\,\mathbf{I}_0 - \tfrac{1}{2}\,\mathbf{I}_0 \cdot \sin\,[(\,2\pi/\lambda\,)\,\mathbf{n}_0^3\,\mathbf{r_{63}}\,\mathbf{U_0}\,\sin\,(\,\boldsymbol{\omega}\,\mathbf{t}\,)\,].$$

Rozwijając funkcję $\sin(\alpha)$ w szereg Fouriera $\sin(\alpha) \approx \alpha - (1/6)\cdot\alpha^3 + (1/120)\cdot\alpha^5 + \ldots$ i ograniczając wyrazy rozwinięcia do pierwszego z uwagi na niewielką wartość zmian $\alpha = \mathbf{\Gamma}(\,\mathbf{t}\,)$ natężenie światła wynosi:

$$\mathbf{I}\,(\,\mathbf{t}\,) = \mathbf{I}^{\mathbf{ST}} + \mathbf{I}^{\boldsymbol{\omega}}\,\sin(\,\boldsymbol{\omega}\mathbf{t}\,),$$

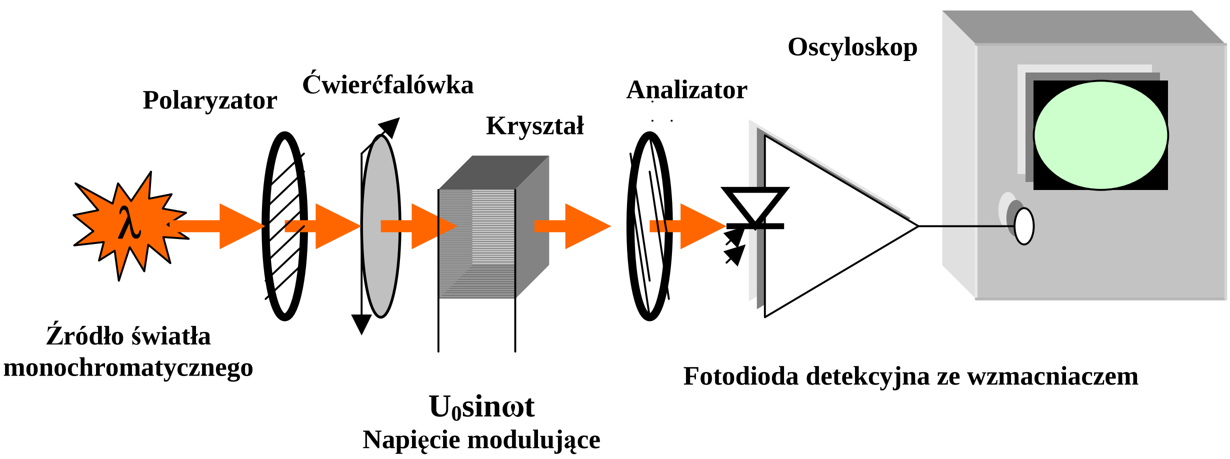
gdzie

$$\mathbf{I}^{\mathbf{ST}} = \tfrac{1}{2}\,\mathbf{I}_0\,,$$

$$\mathbf{I}^{\mathbf{2}\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{I}_0 \cdot (\,\pi/\lambda\,)\,\mathbf{n}_0^3\,\mathbf{r_{63}}\,\mathbf{U_0}\,.$$

Mierząc na wyjściu układu składową $\mathbf{I}^{\mathbf{ST}}$ wyznaczyć można $\mathbf{I_0} = 2\cdot\mathbf{I}^{\mathbf{ST}}$. Z kolei mierząc $\mathbf{I}^{\mathbf{2}\boldsymbol{\omega}}$ oraz znając $\mathbf{I_0}$, λ oraz $\mathbf{n_0}$ wyznaczyć można wartość współczynnika elektrooptycznego $\mathbf{r_{63}}$.

Przebieg ćwiczenia



Rys.2. Uproszczony układ polaryzacyjno-optyczny do badań zjawisk elektrooptycznych.

W pokazanym wyżej układzie pomiarowym napięcie modulujące przyłożone jest za pośrednictwem elektrod naniesionych na powierzchniach elementu, wykonanego z kryształu **DKDP** o cięciu „**Z**”, prostopadłych do biegu wiązki światła. Źródłem napięcia modulującego jest generator częstotliwości akustycznych, którego sygnał zostaje wzmocniony (za pośrednictwem wzmacniacza) i przetransformowany (za pośrednictwem transformatora) do poziomu **kilkuset woltów**.

Przeprowadzenie pomiarów

1. Wyjąć kryształ z układu modulatora.
2. Usunąć ćwierćfalówkę z układu modulatora.
3. Skrzyżować polaryzatory tak, aby natężenie światła na wyjściu układu osiągnęło wartość minimalną - sprawdzić ustawienia poprzez podłączenie fotodetektora na wyjście układu.
4. Umieścić ćwierćfalówkę u układzie modulatora.
5. Obrócić ćwiećfalówkę w taki sposób, aby uzyskać minimum światła na wyjściu układu. Ustalić położenie ćwierćfalówki - zanotować wartość ustalonego kąta.
6. Obrócić ćwierćfalówkę o kąt 45^0. Sprawdzić, czy światło na wyjściu układu jest w przybliżeniu kołowo spolaryzowane. Zanotować położenie ćwierćfalówki.
7. Wrócić z ćwierćfalówką do pierwotnego położenia (minimum światła na wyjściu układu).
8. Umieścić w układzie analizowany kryształ DKDP. Poprosić opiekuna ćwiczenia o podłączenie elektrod do kryształu.
9. Przy pomocy manipulatorów ustawić tak kryształ wobec przechodzącej przez niego wiązki światła aby uzyskać obraz krzyża konoskopowego.
10. Wrócić z ćwierćfalówką do położenia dla którego światło jest kołowo spolaryzowane.
11. Przyłożyć do kryształu napięcie o wartości ok. 200 V.
12. Obserwować wskazania mierników: woltomierza DC - pomiar I^{DC}, woltomierza AC - pomiar I^{ω}, oscyloskopu - pomiar I^{ω}.
13. Przy pomocy manipulatorów ustalić takie położenie kryształu dla którego I^{ω} osiągnie maksymalną wartość.
14. Sprawdzić częstotliwość przebiegu sygnału na ekranie oscyloskopu i porównać ją z częstotliwością napięcia przykładanego do kryształu.
15. Jednocześnie obracając polaryzatorem, ćwierćfalówką oraz analizatorem sprawdzić, czy obrane ustalenia położenia tych elementów wobec kryształu w układzie modulatora elektrooptycznego są optymalne.
16. Zmieniając napięcie w zakresie 100 ÷ 400 V wykonać pomiary zależności I^{ω} w funkcji przykładanego napięcia.
17. Zanotować wielkość I^{DC}.
18. Przedyskutować otrzymane wyniki z opiekunem ćwiczenia.

Opracowanie wyników

1. Przedyskutować wpływ doboru punktu pracy na działanie modulatora
2. Wyznaczyć wartość liniowego współczynnika elektrooptycznego Przedstawić dyskusję otrzymanych wyników oraz rachunek błędów.

Wymagania

1. Ograniczenia nakładane przez symetrię kryształu na jego własności fizyczne
2. Elektrooptyczne własności dielektryków stałych.

Literatura

1. F.Nye – *Własności fizyczne kryształów*, PWN , W-wa 1962
2. J.Helsztyński – *Modulacja światła spójnego*, WNT , W-wa 1969
3. R.Mustiel, W.N.Parygin – *Metody modulacji światła*, PWN , W-wa 1974