Normalizacja i Fizyka środowiska

Moduł 6. Transport zanieczyszczeń

Instytut Fizyki PŁ 2022

obraz z: *http://wodazrodlozycia.blogspot.com/*

6.1. Dyfuzja

Mamy do wyboru 3 sposoby postępowania z zanieczyszczeniami:

(a) zamiana w substancje nieszkodliwe metodami chemicznymi, biologicznymi lub przez napromieniowanie,

(b) rozcieńczenie do stężeń uważanych za nieszkodliwe,

(c) magazynowanie w bezpiecznym miejscu.

Jeżeli w jakimkolwiek gazie lub cieczy obecnie jest zanieczyszczenie, to po pewnym czasie rozprzestrzeni się ono w całej objętości tego gazu lub cieczy. Dlatego rozcieńczając lub magazynując substancje szkodliwe powinniśmy znać ich procesy transportu.

Zazwyczaj najbardziej istotny wpływ na rozprzestrzenianie się zanieczyszczeń ma przepływ cieczy (rzeki i oceany) i gazów (atmosfera) oraz związana z nim turbulencja. Czasami jednak nie występuje przepływ makroskopowy, natomiast istotna jest dyfuzja, np. w gliniastym podłożu lub stojących wodach gruntowych.

Strumień dyfuzji jest opisany **I prawem Ficka**:

$$\mathbf{F} = -D\nabla C, \qquad (6.1)$$

gdzie

F [kg/(m^2•s)] jest *wektorem strumienia* składnika,

D [m^2/s] jest *współczynnikiem dyfuzji*,

C [kg/m^3] jest lokalną *koncentracją* (*stężeniem*) składnika o masie *M* w niewielkiej objętości *V* wokół danego punktu

$$C = M/V. \qquad (6.2)$$

Tabela 6.1. Współczynniki dyfuzji w temperaturze 25°C pod ciśnieniem atmosferycznym.

ośrodek	*D* [m^2/s]
CO_2 w powietrzu	$16{,}4\cdot10^{-6}$
para H_2O w powietrzu	$25{,}6\cdot10^{-6}$
C_6H_6 (benzen) w powietrzu	$8{,}8\cdot10^{-6}$
CO_2 w wodzie (20°C)	$1{,}60\cdot10^{-9}$
N_2 w wodzie	$2{,}34\cdot10^{-9}$
H_2S w wodzie	$1{,}36\cdot10^{-9}$
NaCl w wodzie (20°C)	$1{,}3\cdot10^{-9}$

(źródło: *E. Boeker, R. Grondelle, Fizyka środowiska, PWN, Warszawa 2002, tabela 5.1*)

Prawa dyfuzji Ficka

W przypadku gdy oprócz dyfuzji występuje także unoszenie cząstek domieszki (tzw. *adwekcja*) w przepływie laminarnym z prędkością **u** niezależną od położenia I prawo Ficka (6.1) przyjmie postać

$$\mathbf{F} = \mathbf{u}C - D\nabla C. \qquad (6.3)$$

Z prawa zachowania masy wynika, że

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F} = 0. \qquad (6.4)$$

Podstawiając wzór (6.3) do (6.4) otrzymujemy

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}C) - \nabla \cdot (D\nabla C) = 0, \qquad (6.5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\nabla \cdot \mathbf{u})C + \mathbf{u} \cdot \nabla C - \nabla \cdot (D\nabla C) = 0. \qquad (6.6)$$

Stąd, zakładając, że $\nabla \bullet \mathbf{u} = 0$ (czyli bezźródłowe pole wektora prędkości) oraz, że D jest niezależne od miejsca i kierunku, otrzymujemy:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = D\,\nabla^2 C. \qquad (6.7)$$

Ponieważ lewa strona równania (6.7) jest pochodną zupełną funkcji $C(x(t), y(t), z(t), t)$ i założyliśmy $\nabla \bullet \mathbf{u} = 0$

$$\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial C}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial C}{\partial z}\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} =$$

$$= \frac{\partial C}{\partial t} + \nabla C \cdot \mathbf{u} = \frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C. \qquad (6.8)$$

równanie (6.7) można zapisać w formie

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}t} = D\,\nabla^2 C.} \qquad (6.9)$$

W przypadku jednorodnego ośrodka w spoczynku, gdzie **u** = 0, równanie to przyjmuje postać znaną jako II prawo Ficka

$$\boxed{\frac{\partial C}{\partial t} = D\,\nabla^2 C.} \qquad (6.10)$$

Równanie to jest identyczne z równaniem dyfuzji ciepła (3.13) przy $q_V = 0$, tzn. przy braku wewnętrznych źródeł ciepła. Ze względu na inną interpretację fizyczna można jednak podać odmienne przykłady.

(na podst.: *E. Boeker, R. Grondelle, Fizyka środowiska, PWN, Warszawa 2002, rozdział 5.1*)

Ogólne rozwiązanie II prawa dyfuzji Ficka

Rozważmy rozwiązanie II prawa Ficka dla danych warunków początkowych

$$\begin{cases} \dfrac{\partial C}{\partial t} = D\,\nabla^2 C & \text{dla} \quad t \geq 0,\ \mathbf{r} \in \Re^n, \\ C(t=0,\mathbf{r}) = g(\mathbf{r}) & \text{dla} \quad C : \Re^n \to \Re, \end{cases} \tag{6.11}$$

gdzie $g(\mathbf{r})$ jest zadaną funkcją odwzorowującą n wymiarową przestrzeń na wartości stężenia początkowego. Podamy bez dowodu, że ogólnym rozwiązaniem układu (6.11) jest

$$C(t,r) = \int_{\Re^n} E(t,\mathbf{r}-\mathbf{r}')g(\mathbf{r}')\,\mathrm{d}\,\mathbf{r}, \tag{6.12}$$

gdzie $E(t, \mathbf{r})$ jest rozwiązaniem podstawowym dla $t > 0$

$$E(t,\mathbf{r}) = \frac{1}{(4\pi Dt)^{n/2}} \exp\left(\frac{-|\,\mathbf{r}\,|^2}{4Dt} \right). \tag{6.13}$$

Można wykazać, że dla każdego $t > 0$ zachodzi

$$\int_{\Re^n} E(t,\mathbf{r})\,\mathrm{d}\,\mathbf{r} = 1. \tag{6.14}$$

Przykład 6.1. Źródło chwilowe w postaci płaszczyzny

Rozważmy jednorodny ośrodek w spoczynku w postaci bardzo cienkiej nieskończonej płaszczyzny $x = 0$ umieszczonej w przestrzeni trójwymiarowej (x,y,z). Załóżmy, że zanieczyszczenie w ilości Q [kg/m^2] zostało uwolnione w chwili $t = 0$

$$C(t \to 0,\, x) = Q\delta(x)\,. \tag{6.15}$$

W tych warunkach stężenie C w dowolnej chwili t będzie zależało tylko od współrzędnej x i rozwiązanie ogólne (6.12) sprowadza się do rozwiązania podstawowego (6.13) dla $n = 1$

$$C(x,t) = \frac{Q}{2\sqrt{\pi D t}} \exp\left(\frac{-x^2}{4Dt}\right). \tag{6.16}$$

Wprowadzając parametr

$$\sigma^2 = 2Dt\,, \tag{6.17}$$

rozwiązanie (6.16) można zapisać w formie funkcji Gaussa

$$C(x,t) = \frac{Q}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right), \tag{6.18}$$

gdzie $\sigma^2 = \langle x^2 \rangle$ jest średnim kwadratem odległości, na jaką cząstki oddaliły się od źródła.

Właściwość (6.14) gwarantuje, że całkowite stężenie pozostanie stałe w dowolnej chwili

$$\int_{-\infty}^{+\infty} C(x,t)\,\mathrm{d}\,x = Q\,. \tag{6.19}$$

(na podst.: *E. Boeker, R. Grondelle, Fizyka środowiska, PWN, Warszawa 2002, rozdział 5.1*)

Przykład 6.2. Jednowymiarowa chmura o skończonych rozmiarach

Rozważmy jednorodną chmurę o grubości *d* uwolnioną w chwili $t = 0$, dla której warunki początkowe

$$\begin{aligned} C &= C_0 \quad \text{dla} -b/2 < x < +b/2, \\ C &= 0 \quad \text{dla innych } x\,. \end{aligned} \tag{6.20}$$

Chmura ta jest superpozycją wielu funkcji typu delta (6.15) stanowiących źródła punktowe.

Według wzorów (6.12) i (6.13) ogólne rozwiązanie II prawa Ficka (6.10) przy warunkach (6.20)

$$C(x) = \frac{C_0}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-b/2}^{+b/2} \exp\left[\frac{(x-x')^2}{2\sigma^2}\right] \mathrm{d}\,x', \tag{6.21}$$

gdzie $\sigma^2 = 2Dt$. Rozwiązanie to można także zapisać wykorzystując funkcję błędu „erf”

$$C(x) = \frac{C_0}{2}\left[\mathrm{erf}\left(\frac{b/2+x}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \mathrm{erf}\left(\frac{b/2-x}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right], \tag{6.22}$$

gdzie

$$\mathrm{erf}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\beta} \exp(-z^2)\mathrm{d}z\ . \tag{6.23}$$

Wykres funkcji (6.23) był przedstawiony na rys. 3.1 w Module 3.

(na podst.: *E. Boeker, R. Grondelle, Fizyka środowiska, PWN, Warszawa 2002, rozdział 5.1*)

Przykład 6.3. Chwilowe źródła liniowe i punktowe w trzech wymiarach

Równanie (6.18) dotyczące chwilowego źródła w postaci płaszczyzny możemy uogólnić także na przypadek chwilowego źródła liniowego i punktowego uwolnionego w chwili $t_0 = 0$

$$\boxed{C(x,t) = \frac{Q}{\left(\sigma\sqrt{2\pi}\right)^n} \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right),} \qquad (6.24)$$

gdzie r jest odległością od źródła, a n liczbą współrzędnych kartezjańskich decydujących o r.

- Dla rozważonego wcześniej źródła w postaci płaszczyzny $r^2 = x^2$ i $n = 1$.
- Dla źródła liniowego np. wzdłuż osi Z mamy $r^2 = x^2 + y^2$ i $n = 2$, a stężenie źródła Q wyrażamy w [kg/m].
- Dla chwilowego źródła punktowego mamy $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ i $n = 3$, a stężenie źródła Q wyrażamy w [kg].

W każdym przypadku obowiązuje

$$\sigma^2 = 2Dt\,. \qquad (6.25)$$

Przykład 6.4. Ciągłe źródło punktowe w trzech wymiarach

Rozważmy źródło punktowe w (0, 0, 0), które począwszy od chwili $t_0 = 0$ w sposób ciągły uwalnia zanieczyszczenia w tempie q [kg/s]. Stężenie zanieczyszczeń $C(r, t)$ obliczamy dla n=3 całkując (6.24) po wszystkich chwilowych emisjach $\mathrm{d}Q = q\mathrm{d}t'$ uwolnionych w chwilach $t' \in [0, t]$. Parametr $\sigma^2 = 2D(t - t')$ opisuje teraz wkład w chwili t emisji uwolnionej w chwili t'

$$C = \frac{q}{8(\pi D)^{3/2}} \int_0^t \exp\left[\frac{-r^2}{4D(t-t')}\right] \frac{\mathrm{d}t'}{(t-t')^{3/2}}\,. \qquad (6.26)$$

Podstawiając $\beta^2 = r^2/4D(t - t')$ rezultat ten można zapisać w formie

$$C(r,t) = \frac{q}{4\pi Dr} \operatorname{erfc}\left(\frac{r}{2\sqrt{Dt}}\right), \qquad (6.27)$$

gdzie $\operatorname{erfc}(\beta) = 1 - \operatorname{erf}(\beta)$ jest funkcją komplementarną od funkcji błędu (6.23)

$$\operatorname{erfc}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_\beta^\infty \exp(-z^2)\mathrm{d}z\,. \qquad (6.28)$$

(na podst.: *E. Boeker, R. Grondelle, Fizyka środowiska, PWN, Warszawa 2002, rozdział 5.1*)

Przykład 6.5. Źródło punktowe w obecności jednorodnego przepływu

Rozważmy chwilowe źródło punktowe w powietrzu lub rzece płynącej ze stałą prędkością **u** wzdłuż osi X. Jeśli użyjemy układu współrzędnych x', y', z' poruszającego się z płynem, w którym uwolnienie zanieczyszczeń w $t = 0$ następuje w punkcie (0, 0, 0), to ze wzoru (6.24) otrzymamy

$$C = \frac{Q}{\left(\sigma\sqrt{2\pi}\right)^3} \exp\left(-\frac{x'^2 + y'^2 + z'^2}{2\sigma^2}\right). \quad (6.29)$$

Korzystając z transformacji Galileusza $x' = x - ut$, $y' = y$, $z' = z$ wracamy do układu, w którym źródło spoczywa

$$C = \frac{Q}{\left(\sigma\sqrt{2\pi}\right)^3} \exp\left[-\frac{(x-ut)^2 + y^2 + z^2}{2\sigma^2}\right], \quad (6.30)$$

gdzie $\sigma^2 = 2Dt$.

Rozważmy ciągłe źródło punktowe położone w początku układu x, y, z, które w chwili $t = 0$ zaczyna uwalniać zanieczyszczenia z wydajnością q [kg/s]. Zastosujemy ponownie wzór (6.26) wyprowadzony dla ciągłego źródła nieruchomego ale obecnie zapiszemy go w układzie x', y', z' związanym z płynem:

$$C = \frac{q}{8(\pi D)^{3/2}} \int_0^t \exp\left[\frac{-r'^2}{4D(t-t')}\right] \frac{\mathrm{d}t'}{(t-t')^{3/2}}, \quad (6.31)$$

gdzie $(r')^2 = (x')^2 + (y')^2 + (z')^2$, a powrót do układu nieruchomego umożliwia transformacja $x' = x - u(t - t')$, $y' = y$, $z' = z$.

Przejście do granicy $t \to \infty$ w (6.31) umożliwia znalezienie odpowiedniej całki oznaczonej w tablicach i otrzymujemy wzór

$$C_\infty = \frac{q}{4\pi r D} \exp\left[-\frac{u(r-x)}{2D}\right], \quad (6.32)$$

gdzie $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

(na podst.: *E. Boeker, R. Grondelle, Fizyka środowiska, PWN, Warszawa 2002, rozdział 5.1*)

Wpływ warunków brzegowych

W obecności ścianek równania różniczkowe są nadal spełnione, musimy jednak zastosować odpowiednie warunki brzegowe. Rozważmy jednowymiarowy problem płaskiego chwilowego źródła w $x = 0$. Jeżeli w $x = L$ znajduje się ściana, to strumień F musi w tym miejscu zerować się

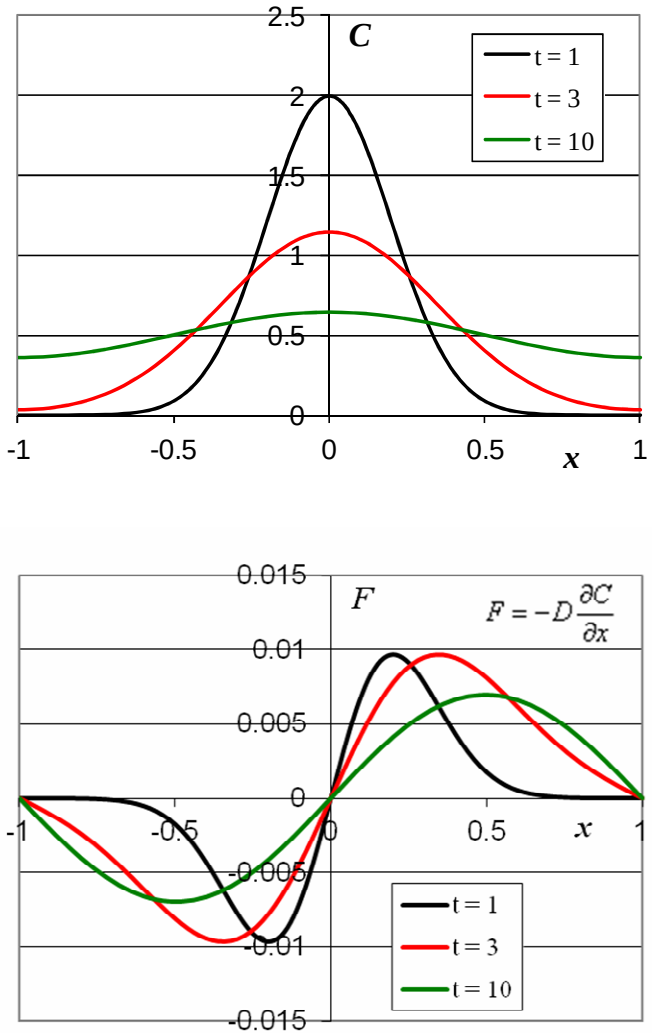
$$F = -D\frac{\partial C}{\partial x} = 0 \text{ dla } x = -L. \tag{6.33}$$

Znalezione poprzednio rozwiązanie w postaci funkcji Gaussa (6.16) spełnia równanie dyfuzji (6.10) ale nie spełnia warunku brzegowego (6.33). Można jednak dodać drugie, wyimaginowane źródło w $x = -2L$, tak by oba źródła dawały strumienie wygaszające się w $x = -L$. Ponieważ równanie dyfuzji jest liniowe, suma rozwiązań dla poszczególnych źródeł jest szukanym rozwiązaniem

$$C = \frac{Q}{2\sqrt{\pi DT}}\left[\mathrm{e}^{-x^2/(4Dt)} + \mathrm{e}^{-(x+2L)^2/(4Dt)}\right] \tag{6.34}$$

W przypadku dwóch brzegów $x = L$ oraz $x = -L$ spełnienie warunków brzegowych wymaga uwzględnienia nieskończonego ciągu źródeł $x = \ldots -6L, -4L, -2L, 0, 2L, 4L, 6L, \ldots$

$$C = \frac{Q}{2\sqrt{\pi DT}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\exp\left[-\frac{(x+2nL)^2}{4Dt}\right]. \tag{6.35}$$



Rys. 6.1. Przykład obliczeń według wzoru (6.35) dla $D = 0{,}02$, $Q = 1$, $L = 1$.

6.2. Przepływ w rzekach

(źródło: *E. Boeker, R. Grondelle, Fizyka środowiska, PWN, Warszawa 2002, rozdz. 5.2*)

Dyspersja jest uogólnieniem dyfuzji. Woda w rzece jest w ciągłym ruchu i *turbulencja* ma dominujący wpływ na dyspersję. Opisując rzeczywisty przepływ turbulentny w rzece trzeba zastąpić współczynnik dyfuzji molekularnej D trzema współczynnikami mieszania turbulencyjnego ε_x, ε_y, ε_z wzdłuż osi X, Y i Z. I prawo Ficka (6.3) z uwzględnieniem prędkości nurtu $\mathbf{u}$ przyjmie teraz postać

$$\mathbf{F} = \mathbf{u}C - \varepsilon_x \frac{\partial C}{\partial x}\mathbf{e}_x - \varepsilon_y \frac{\partial C}{\partial y}\mathbf{e}_y - \varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z}\mathbf{e}_z, \tag{6.36}$$

gdzie $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$ są wektorami jednostkowymi. Ponieważ turbulencja ma związek z warstwą przyścienną, zwykle przyjmuje się następujące empiryczne współczynniki turbulencyjne:

➢dla kierunku pionowego

$$\varepsilon_z = 0{,}067\, u_* d, \tag{6.37}$$

➢dla kierunku poprzecznego do nurtu wzdłuż X

$$\begin{aligned} \varepsilon_y &= 0{,}15\, u_* d, && \text{prosty kanał,} \\ \varepsilon_y &= 0{,}24\, u_* d, && \text{kanał irygacyjny,} \\ \varepsilon_y &= 0{,}6\, u_* d, && \text{meandrujące strumienie,} \end{aligned} \tag{6.38}$$

gdzie d jest średnią głębokością,

u_* jest prędkością tarcia, którą możemy obliczyć jako

$$u_* = \sqrt{\tau_0 / \rho}, \tag{6.39}$$

gdzie τ_0 [N/m^2] jest naprężeniem ścinającym wzdłuż dolnej powierzchni, ρ [kg/m^3] jest gęstością.

W szczególnie prostym przypadku jednorodnego przepływu w rzece o stałej głębokości d, szerokości W i stałym nachyleniu α zachodzi równowaga sił tarcia i składowej siły ciężkości stycznej do dna $\tau_0 = \rho g d \sin\alpha$, zatem prędkość tarcia

$$u_* = \sqrt{gd \sin\alpha}. \tag{6.40}$$

6.3. Transport zanieczyszczeń w powietrzu

W powietrzu transport poziomy jest szybszy niż pionowy. Z powodu konwekcji transport pionowy jest jednak dużo szybszy, niż wynikałoby to z samej dyfuzji molekularnej. Zarówno w transporcie poziomym, jak i pionowym, turbulencja atmosferyczna prowadzi do szybkiego mieszania zanieczyszczeń.

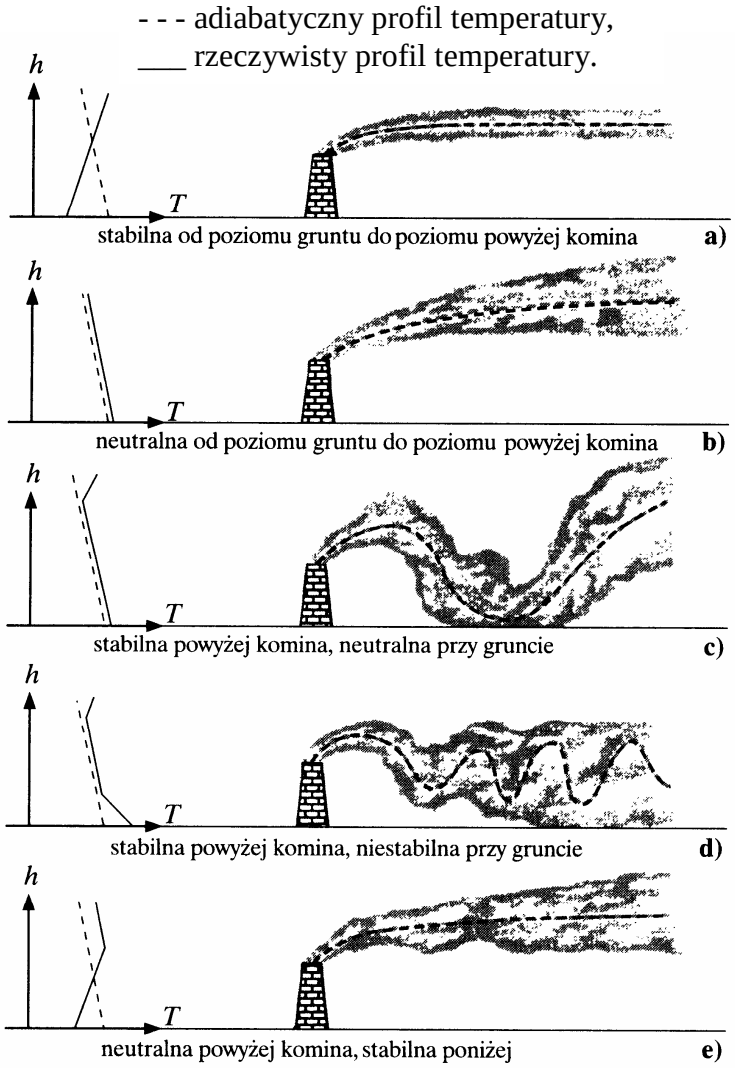
Tabela 6.2. Poziomy transport zanieczyszczeń w atmosferze.

Odległość	Skala czasu
1-10 m	sekundy
3-30 km	godziny
100-1000 km	dni
półkula	miesiące
kula ziemska	lata

Tabela 6.3. Pionowy transport zanieczyszczeń w atmosferze.

Warstwa	Zasięg	Skala czasu
warstwa graniczna	od gruntu do 100-3000 m,	od minut do godzin
troposfera	od 100-3000m do 10-15 km,	od dni do tygodni
stratosfera	od 10-15 km do 50 km	lata

(źródło: *E. Boeker, R. Grondelle, Fizyka środowiska, PWN, Warszawa 2002, Tabela 5.4*).



Rys. 6.2. Kształt smugi dymu z wysokiego komina dla różnych warunków stabilności. (źródło: *E. Boeker, R. Grondelle, Fizyka środowiska, PWN, Warszawa 2002, rys. 5.18*)

Transport zanieczyszczeń w powietrzu

Załóżmy, że dominująca składowa prędkości wiatru **u** jest skierowana wzdłuż osi X i całkowita masa zanieczyszczeń jest zachowana. Podstawowym modelem rozchodzenia się zanieczyszczeń w powietrzu jest równanie dyfuzji (6.7)

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = D\,\nabla^2 C. \tag{6.7}$$

w którym współczynniki dyfuzji D zastąpiono współczynnikami lepkości turbulencyjnej i pominięto zerujące się składowe, otrzymując

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} = \varepsilon_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \varepsilon_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \varepsilon_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}, \tag{6.41}$$

gdzie stężenie zanieczyszczeń C jest wyrażone w [kg/m^3].

Przykład 6.6. Punktowe źródło zanieczyszczeń w powietrzu

Współczynniki turbulencyjne są na ogół skomplikowanymi funkcjami położenia, dlatego nie da się łatwo rozwiązać równania (6.41). Jeżeli te współczynniki są stałe, to można podać analogiczne przykłady jak wcześniej dla dyfuzji molekularnej. Przykładowo dla chwilowego punktowego źródła w atmosferze, patrząc na wzór (6.30), możemy od razu podać analogiczne rozwiązanie równania (6.41)

$$C = \frac{Q}{(2\pi)^{3/2}\sigma_x\sigma_y\sigma_z} \exp\left[-\frac{(x-ut)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right], \tag{6.42}$$

gdzie $\sigma_x^2 = 2\varepsilon_x t$ itd.

Zadania do modułu 6 (materiał nieobowiązkowy)

1. W temperaturze 15°C współczynnik dyfuzji CO_2 w N_2 jest równy $D = 0{,}158 \cdot 10^{-4}\ m^2 \cdot s^{-1}$. Oblicz czas po jakim średnia kwadratowa odległość $\sqrt{< x^2 >}$ będzie równa 0,01m, 1m i 100m (Odp.: 3,16 sekund, 8,8 godzin i 10 lat). Zakładając, że mieliśmy do czynienia z chwilowym punktowym uwolnieniem Q = 10 kg CO_2 policz stężenie tego gazu we wcześniej wyznaczonych chwilach w miejscu w którym został uwolniony. *Wskazówka:* $C = \frac{Q}{(\sigma\sqrt{2\pi})^n} e^{-r^2/(2\sigma^2)}$, gdzie n jest liczbą współrzędnych kartezjańskich decydujących o r.

2. Zakładając, że mieliśmy do czynienia z chwilowym punktowym uwolnieniem 500 kg CO_2 w obecności wiatru u = 20 m/s, policz po jakim czasie stężenie CO_2 w odległości 1 m na osi x będzie e razy większe niż w odległości x_2 = 2 m. Po jakim czasie ten warunek byłby spełniony gdyby nie było wiatru.

3. Udowodnij, że dla przypadku jednowymiarowego dla którego dyfuzje możemy opisać równaniem $\frac{\partial C}{\partial t} = D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$, rozwiązaniem jest funkcja $C = \frac{Q}{2\sqrt{D\pi t}} e^{-x^2/(4Dt)}$.

4. Rozważ chwilowe punktowe źródło NaCl w trzech wymiarach. Oblicz czas po jakim średni kwadratowy promień kropli dyfundującej w wodzie będzie równy 1 m. Oblicz czas, po jakim stężenie w odległości 1 m od środka kropli będzie $f = 10^{-3}$ razy mniejsze niż stężenie w środku kropli (w tej samej chwili). Współczynnik dyfuzji NaCl w wodzie wynosi $D = 1{,}3 \cdot 10^{-9}\ m^2 \cdot s^{-1}$.

   Wskazówka: $C = \frac{Q}{(\sigma\sqrt{2\pi})^n} e^{-r^2/(2\sigma^2)}$, gdzie n jest liczbą współrzędnych kartezjańskich decydujących o r.

K O N I E C