Lista tematów na kolokwium z wykładu
Lasery i ich wybrane zastosowania w fizyce, rok 2026

Podczas kolokwium należy opracować trzy zagadnienia wybrane z czterech podanych w otrzymanym zestawie. Każde zagadnienie będzie pochodziło z innego tematu.

Temat 1. Właściwości promieniowania laserowego

1. Wyjaśnić związek pomiędzy rozbieżnością kątową wiązki światła laserowego a rozmiarem otworu wynikający z teorii dyfrakcji Fraunhoffera.
2. Czym jest spójność światła i jak można ją opisać w sposób ilościowy (wyprowadzenia nie wymagane)?
3. Jak można powiązać drogę spójności światła z szerokością linii widmowej?

Temat 2. Klasyfikacja laserów

4. Rozważyć dwa lasery o pracy ciągłej, emitujące światło o długości fali 633 nm, o różnych mocach 1 mW oraz 15 mW. Czy klasy tych dwóch urządzeń oraz zagrożenia stwarzane dla użytkownika różnią się według polskiej normy PN-EN 60825-1:2010?
5. Podać warunek stabilności rezonatora złożonego z dwóch zwierciadeł płaskich lub sferycznych i naszkicować odpowiadający temu warunkowi diagram stabilności rezonatora. Zaznaczyć na diagramie punkt odpowiadający rezonatorowi z dwóch zwierciadeł płaskich.

Temat 3. Fizyczne podstawy działania laserów

6. Jakie procesy promieniste przewiduje model Einsteina dla układu o dwóch poziomach energetycznych? Jakim równaniem opisana jest szybkość zmian obsadzenia poziomów (bez dalszych przekształceń)?
7. W jaki sposób można opisać prawdopodobieństwo absorpcji promieniowana o rozkładzie $\rho^e(\nu)$ z uwzględnieniem skończonej szerokości linii absorpcyjnej? Rozważyć przypadek ogólny oraz przypadek bardzo wąskiego rozkładu promieniowania w porównaniu do szerokości linii absorpcyjnej.
8. Z czego wynika naturalna szerokość linii spektralnej dla promieniowania emitowanego przez izolowane od otoczenia cząsteczki? Jakie mechanizmy są przyczyną poszerzenia linii spektralnych gazu złożonego z wielu molekuł?
9. Przedstawić diagram przejść dla ośrodka czynnego o wybranej liczbie poziomów energetycznych i wyjaśnić jakie warunki muszą być zapewnione aby otrzymać inwersję obsadzeń.
10. Natężenie światła I rozchodzącego się w ośrodku czynnym wzdłuż osi z jest opisane równaniem różniczkowym $dI/dz = \gamma(\nu)\, I$. Jakie są rozwiązania tego równania w przypadkach szczególnych: 1) dla małego natężenia światła, przy którym współczynnik wzmocnienia dla danej częstotliwości światła $\gamma(\nu) = \text{const.}$, oraz 2) dla dużego natężenia światła $I \gg I_s$, przy którym współczynnik wzmocnienia $\gamma(\nu) = \gamma_0(\nu)/[1 + I/I_s]$, gdzie γ_0 oraz I_s są stałymi materiałowymi.
11. Zdefiniować pojęcia *dobroć rezonatora* oraz *czas życia fotonów* τ_c *we wnęce pasywnej rezonatora*. Jak te dwie wielkości są ze sobą powiązane (wyprowadzenia wzorów nie wymagane)?
12. Wyjaśnić czym są mody podłużne rezonatora. W jakich warunkach możliwa jest jednoczesna generacja wielu modów w laserze?
13. Wyjaśnić czym są mody poprzeczne rezonatora i jakie symbole stosuje się do ich opisu.
14. Rozważyć rezonator liniowy o długości L składający się z dwóch zwierciadeł o natężeniowych współczynnikach transmisji R_1 i R_2, pomiędzy którymi znajduje się ośrodek czynny o współczynniku wzmocnienia γ i współczynniku strat χ. Jaki warunek progowy muszą spełniać wymienione wielkości aby możliwe było utrzymanie akcji laserowej?

Temat 4. Zasada działania i budowa wybranych laserów gazowych

15. Naszkicować i omówić krótko budowę rury lasera He-Ne zamkniętej płytkami brewsterowskimi.
16. Przedstawić w sposób graficzny i/lub symboliczny sekwencję przejść pomiędzy poziomami energetycznymi prowadzącą w laserze He-Ne do emisji światła o co najmniej jednej wybranej długości fali.
17. Przedstawić w sposób graficzny i/lub symboliczny sekwencję przejść pomiędzy poziomami energetycznymi prowadzącą w laserze CO_2-N_2 do emisji światła o co najmniej jednej wybranej długości fali.

18. Zapisać równania Maxwella razem z tzw. *równaniami materiałowymi* i opisać użyte symbole. Jakie uproszczenia można przyjąć w przypadku pól o częstotliwościach optycznych w dielektryku?
19. Rozwiązanie układu równań Maxwella dla płaskiej fali świetlnej $\boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r}) = \boldsymbol{\mathcal{E}}_\mathbf{0} \exp[\mathrm{i}\omega(t - n\,\mathbf{s}\cdot\mathbf{r}/c)]$ rozchodzącej się w kierunku jednostkowego wektora **s** w jednorodnym anizotropowym dielektryku opisanym tensorem przenikalności **ε** prowadzi do następującego równania:
$$n^2\left(\mathcal{E}_{0x}s_x + \mathcal{E}_{0y}s_y + \mathcal{E}_{0z}s_z\right)\mathbf{s} - n^2\,\boldsymbol{\mathcal{E}}_\mathbf{0} + \boldsymbol{\varepsilon}\,\boldsymbol{\mathcal{E}}_\mathbf{0} = 0\,.$$
Zapisać powyższe równanie w postaci macierzowej, a następnie zaproponować transformację równania do takiego układu współrzędnych, w którym szczególnie łatwo widać, że jest to równanie o dwóch rozwiązaniach względem kwadratu współczynnika załamania światła n^2.
20. Wyjaśnić czym jest *azymut fali* oraz *kąt przekątnej* fali o dowolnej polaryzacji eliptycznej. W jakiej szczególnej sytuacji te dwie wielkości stają się równe, a w jakiej równe co do modułu lecz o przeciwnych znakach? W jakiej relacji pozostają kąty przekątnych fali szybszej i fali wolniejszej w ośrodku anizotropowym opisanym hermitowskim tensorem nieprzenikalności elektrycznej?
21. Wyjaśnić pojęcie *skrętność fali* w przypadku gdy fala biegnie wzdłuż osi +z do obserwatora. Powiązać skrętność fali z różnicą faz $\delta = \delta_x - \delta_y$ pomiędzy składowymi wektora natężenia pola elektrycznego tej fali $\mathcal{E}_x = |\mathcal{E}_{0x}|\exp[\mathrm{i}(\omega t - nz/c - \delta_x)]$ oraz $\mathcal{E}_y = |\mathcal{E}_{0y}|\exp[\mathrm{i}(\omega t - nz/c - \delta_y)]$.
22. Właściwości optyczne nieabsorbującego ośrodka anizotropowego są opisane hermitowskim tensorem nieprzenikalności elektrycznej **B**. Wykazać, że w takiej sytuacji różnica faz $\delta_\mathrm{f} = \delta_{\mathrm{f}x} - \delta_{\mathrm{f}y}$ pomiędzy fazami składowych x oraz y płaskiej fali szybszej rozchodzącej się w tym ośrodku jest opisana wzorami $\sin\delta_\mathrm{f} = \mathrm{Im}[B_{xy}^*]/|B_{xy}|$ oraz $\cos\delta_\mathrm{f} = \mathrm{Re}[B_{xy}]/|B_{xy}|$, natomiast analogiczna różnica faz dla fali wolniejszej $\delta_\mathrm{s} = \delta_\mathrm{f} \pm 180°$.
Potrzebne wzory:
$$\begin{bmatrix} -n^2B_{xx}+1 & -n^2B_{xy} & 0 \\ -n^2B_{yx} & -n^2B_{yy}+1 & 0 \\ -n^2B_{zx} & -n^2B_{zy} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathcal{E}_{0x}\\ \mathcal{E}_{0y}\\ \mathcal{E}_{0z}\end{bmatrix} = 0\,,$$
gdzie n jest współczynnikiem załamania światła, który dla fali szybszej (*fast*) oraz wolniejszej (*slow*) przyjmuje wartości dane wzorami
$$n_\mathrm{f}^2 = \frac{2}{B_{xx} + B_{yy} + \sqrt{\left(B_{xx} - B_{yy}\right)^2 + 4B_{xy}B_{yx}}}\,,$$
$$n_\mathrm{s}^2 = \frac{2}{B_{xx} + B_{yy} - \sqrt{\left(B_{xx} - B_{yy}\right)^2 + 4B_{xy}B_{yx}}}\,,$$
natomiast $\mathcal{E}_{0x}, \mathcal{E}_{0y}, \mathcal{E}_{0z}$ są zespolonymi składowymi amplitudy $\boldsymbol{\mathcal{E}}_\mathbf{0}$ fali płaskiej opisanej wzorami
$$\boldsymbol{\mathcal{E}} = \boldsymbol{\mathcal{E}}_\mathbf{0}\exp[\mathrm{i}\omega(t - n\,\mathbf{s}\cdot\mathbf{r}/c)],$$
$$\mathcal{E}_x = |\mathcal{E}_{0x}|\exp[\mathrm{i}(\omega t - nz/c - \delta_x)],$$
$$\mathcal{E}_y = |\mathcal{E}_{0y}|\exp[\mathrm{i}(\omega t - nz/c - \delta_y)],$$
przy czym równania te dotyczą zarówno fali szybszej, jak i fali wolniejszej.
23. Wykazać, że kąt przekątnej płaskiej fali szybszej β_f oraz kąt przekątnej płaskiej fali wolniejszej β_s rozchodzących się w ośrodku opisanym dowolnym tensorem nieprzenikalności elektrycznej **B** spełniają związek: $\tan(\beta_\mathrm{f})\tan(\beta_\mathrm{s}) = |B_{yx}|/|B_{xy}|$. Jak upraszcza się ten związek dla hermitowskiego tensora **B**?
Potrzebne wzory:
$$\begin{bmatrix} -n^2B_{xx}+1 & -n^2B_{xy} & 0 \\ -n^2B_{yx} & -n^2B_{yy}+1 & 0 \\ -n^2B_{zx} & -n^2B_{zy} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathcal{E}_{0x}\\ \mathcal{E}_{0y}\\ \mathcal{E}_{0z}\end{bmatrix} = 0\,,$$
gdzie n jest współczynnikiem załamania światła, który dla fali szybszej (*fast*) oraz wolniejszej (*slow*) przyjmuje wartości dane wzorami
$$n_\mathrm{f}^2 = \frac{2}{B_{xx} + B_{yy} + \sqrt{\left(B_{xx} - B_{yy}\right)^2 + 4B_{xy}B_{yx}}}\,,$$

$$n_s^2 = \frac{2}{B_{xx} + B_{yy} - \sqrt{\left(B_{xx} - B_{yy}\right)^2 + 4B_{xy}B_{yx}}},$$

natomiast $\mathcal{E}_{0x}, \mathcal{E}_{0y}, \mathcal{E}_{0z}$ są zespolonymi składowymi amplitudy $\boldsymbol{\mathcal{E}}_\mathbf{0}$ fali płaskiej opisanej wzorami

$$\boldsymbol{\mathcal{E}} = \boldsymbol{\mathcal{E}}_\mathbf{0} \exp[\mathrm{i}\omega(t - n\,\mathbf{s}\cdot\mathbf{r}/c)],$$

z czego wynikają kąty przekątnej

$$\tan\beta = \frac{|\mathcal{E}_{0y}|}{|\mathcal{E}_{0x}|},$$

przy czym wzór ten dotyczy zarówno fali szybszej, jak i fali wolniejszej.

Temat 6. Tensorowy opis właściwości optycznych jednorodnych ośrodków anizotropowych

24. Wyjaśnić jaką szczególną postać przyjmują tensory nieprzenikalności oraz przenikalności elektrycznej dla częstotliwości optycznych w ośrodkach nieabsorbujących, w przypadkach: 1) dowolnej polaryzacji eliptycznej fal rozchodzących się w ośrodku, 2) dla ośrodka liniowo dwójłomnego, 3) dla ośrodka kołowo dwójłomnego.
25. Przedstawić dwa spotykane w literaturze podejścia do ilościowego opisu kwadratowego efektu elektrooptycznego (efektu Kerra). Wyprowadzenie związku pomiędzy stałymi wykorzystywanymi w tych dwóch podejściach nie jest wymagane.
26. Ośrodek o symetrii $\infty\infty m$ przy braku zewnętrznych oddziaływań jest ośrodkiem izotropowym. Zapisać składowe tensora nieprzenikalności elektrycznej B_{ij} opisującej ten ośrodek w polu elektrycznym $\mathbf{E} = [0, E, 0]$, wiedząc, że: współczynnik załamania światła przy braku zewnętrznego pola wynosi n_0, liniowy efekt elektrooptyczny nie jest możliwy ze względu na symetrię ośrodka, a składowe tensora kwadratowego efektu elektrooptycznego zapisane przy wykorzystaniu skróconej formy indeksów są następujące:

$$\left[g_{ij}\right] = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{12} & 0 & 0 & 0 \\ g_{12} & g_{11} & g_{12} & 0 & 0 & 0 \\ g_{12} & g_{12} & g_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \times & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \times & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \times \end{bmatrix}, \quad \text{gdzie} \quad \times = 2(g_{11} - g_{12}).$$

27. Wyjaśnić w jaki sposób można zbudować zespolony tensor przenikalności elektrycznej $[\boldsymbol{\varepsilon}]$ uwzględniający zjawisko aktywności optycznej dla wiązki światła rozchodzącej się w ośrodku opisanym pseudotensorem skręcenia drugiej rangi $[\mathbf{g}]$ w kierunku danym przez wektor jednostkowy $\mathbf{s}$?
28. Wykorzystują definicję tensora nieprzenikalności $[\mathbf{B}] = [\boldsymbol{\varepsilon}]^{-1}$, gdzie $[\boldsymbol{\varepsilon}]$ jest tensorem przenikalności elektrycznej, wyprowadzić związek $\mathrm{Im}[\mathbf{B}] = -\mathrm{Re}[\mathbf{B}][\mathbf{G}]\mathrm{Re}[\mathbf{B}]$, w którym $[\mathbf{G}] = \mathrm{Im}[\boldsymbol{\varepsilon}]$. Czy związek ten jest dokładny?

Temat 7. Transformacja stanu polaryzacji światła przez płytki płasko-równoległe

29. Wyjaśnić czym jest wektor Jonesa? W jaki sposób można uprościć postać wektora Jonesa gdy nie są istotne zmiany chwilowego położenia wektora pola elektrycznego fali świetlnej $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ w czasie oraz nie są istotne bezwzględne wartości faz składowych tego wektora, a jedynie ich różnica?
30. Wykorzystując rachunek Jonesa wykazać, że:
    a) płytkę ćwierćfalową można użyć do zamiany polaryzacji liniowej światła na polaryzację kołową,
    b) płytkę ćwierćfalową można użyć do zamiany polaryzacji kołowej światła na polaryzację liniową,
    c) płytkę półfalową można użyć do zamiany światła o polaryzacji kołowej prawoskrętnej na lewoskrętną,
    d) płytkę półfalową można użyć do obrotu płaszczyzny światła spolaryzowanego liniowo.
    Pytanie na kolokwium będzie zawierało tylko jeden z powyższych wariantów.
    Wskazówka: ogólna postać macierzy Jonesa

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} T_\mathrm{f}\cos^2\beta_\mathrm{f} + T_\mathrm{s}\sin^2\beta_\mathrm{f}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Gamma} & \sin\beta_\mathrm{f}\cos\beta_\mathrm{f}\left(T_\mathrm{f} - T_\mathrm{s}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Gamma}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\delta} \\ \sin\beta_\mathrm{f}\cos\beta_\mathrm{f}\left(T_\mathrm{f} - T_\mathrm{s}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Gamma}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\delta} & T_\mathrm{f}\sin^2\beta_\mathrm{f} + T_\mathrm{s}\cos^2\beta_\mathrm{f}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Gamma} \end{bmatrix},$$

gdzie:
T_f i T_s – amplitudowe współczynniki transmisji fali szybszej (f) i wolniejszej (s),
β_f – kąt przekątnej fali szybszej,
δ – różnica fazy składowej x względem składowej y dla fali szybszej,
Γ – różnica faz powstająca w płytce pomiędzy falą wolniejszą i szybszą.

31. Pokazać, w jaki sposób rachunek Jonesa umożliwia wyprowadzenie prawa Malusa, które opisuje natężenie światła przechodzącego przez układ dwóch doskonałych polaryzatorów liniowych o dowolnych azymutach.
Wskazówka: jak w pytaniu 30.

Temat 8. Zastosowanie światła laserowego do pomiarów wybranych właściwości optycznych monokryształów i cieczy

32. Podać jeden przykład konfiguracji układu odpowiedniego do pomiarów efektów elektrooptycznych. Zapisać rachunek Jonesa prowadzący do znalezienia wektora Jonesa opisującego światło przechodzące przez wybrany układ – bez wymnażania macierzy i obliczeń natężenia światła.
Wskazówka: jak w pytaniu 30.

33. Wykazać, dla jakiej kombinacji kierunku przyłożonego pola elektrycznego **E** i kierunku światła **s** zapisanych w układzie osi krystalograficznych XYZ w krysztale o symetrii $\bar{4}2m$, różnica faz Γ powstająca pomiędzy falą wolniejszą i szybszą w krysztale jest proporcjonalna do kwadratu przyłożonego pola elektrycznego E^2 i następującej kombinacji współczynników kwadratowego efektu elektrooptycznego:
a) $n_o^3(q_{11} - q_{12})$,
b) $n_o^3 q_{13} - n_e^3 q_{33}$,
c) $n_o^3 q_{66}$,
d) $n_o^3 q_{12} - n_e^3 q_{31} - \frac{n_o^3+n_e^3}{n_o^3-n_e^3} n_o^2 n_e^2 r_{41}^2$.
Pytanie na kolokwium będzie zawierało tylko jeden z powyższych wariantów.
Zapisać tensor nieprzenikalności elektrycznej $[B_{ij}]$ kryształu przy włączonym polu elektrycznym w układzie osi krystalograficznych XYZ oraz w układzie xyz stosowanym w rachunku Jonesa, w którym **s**||z. Tensor naturalnej dwójłomności liniowej $[B_{ij}(E = 0)]$ oraz tensory liniowego $[r_{ij}]$ i kwadratowego $[q_{ij}]$ efektu elektrooptycznego zapisane w układzie XYZ kryształu o symetrii $\bar{4}2m$ mają następującą postać:

$B_{ij}(E = 0)$	r_{ij}	q_{ij}
$\begin{bmatrix} n_o^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & n_o^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & n_e^{-2} \end{bmatrix}$,	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{bmatrix}$,	$\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ q_{12} & q_{11} & q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ q_{31} & q_{31} & q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{66} \end{bmatrix}$.

Wskazówka: różnica faz pomiędzy falą wolniejszą i szybszą powstająca na drodze L
$$\Gamma = \frac{2\pi L}{\lambda}(n_s - n_f)$$
gdzie współczynniki załamania fali szybszej (n_f) i fali wolniejszej (n_s):
$$n_f = \sqrt{\frac{2}{B_{xx} + B_{yy} + \sqrt{(B_{xx} - B_{yy})^2 + 4B_{xy}B_{yx}}}}, \qquad n_s = \sqrt{\frac{2}{B_{xx} + B_{yy} - \sqrt{(B_{xx} - B_{yy})^2 + 4B_{xy}B_{yx}}}}.$$

34. Wykorzystując rachunek Jonesa wykazać, że fala spolaryzowana liniowo w płaszczyźnie o dowolnym azymucie α, doznaje obrotu płaszczyzny polaryzacji o kąt $\Gamma/2$ przy zachowaniu polaryzacji liniowej podczas przejścia przez niedichroiczny lewoskrętny ośrodek kołowy ($T_f = T_s = T$, $\beta_f = 45°$, $\delta_f = -90°$) o różnicy faz Γ pomiędzy falą wolniejszą i falą szybszą.
Wskazówka: jak w pytaniu 30.