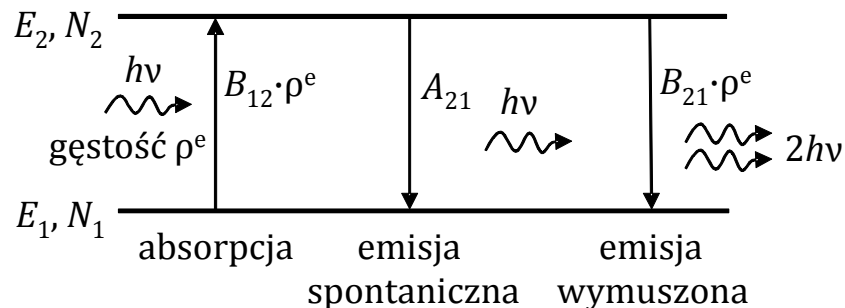


Temat 3. Fizyczne podstawy działania laserów

3.1. Współczynniki Einsteina [1,5]

Rozważmy układ o dwóch poziomach energetycznych E_1 i E_2 , które są obsadzone przez odpowiednio N_1 i N_2 atomów lub cząstek. Możliwe są trzy procesy promieniste zachodzące z częstotliwościami opisanymi przez **współczynniki Einsteina** A_{12} , B_{12} i B_{21} (rys. 3.1).



Rys. 3.1. Trzy procesy promieniste pomiędzy dwoma poziomami energetycznymi.

Szybkość zmian obsadzenia poziomów

$$\frac{dN_1}{dt} = -B_{12}\rho^e N_1 + A_{21}N_2 + B_{21}\rho^e N_2 = -\frac{dN_2}{dt}. \quad (3.1)$$

W stanie ustalonym $dN_1/dt = 0$ otrzymujemy widmową gęstość energii fotonów $[\text{J}/(\text{m}^3 \cdot \text{Hz})]$

$$\rho^e(\nu, T) = \frac{A_{21}}{B_{12}(N_1/N_2) - B_{21}}. \quad (3.2)$$

Obsadzenia poziomów o degeneracjach g_1 i g_2 w stanie ustalonym dane są rozkładem Boltzmann

$$N_1/N_2 = (g_1/g_2) \exp[(E_2 - E_1)/kT] = (g_1/g_2) \exp(h\nu/kT), \quad (3.3)$$

c.d. współczynniki Einsteina

$$(3.3) \quad N_1/N_2 = (g_1/g_2) \exp(h\nu/kT) \longrightarrow \rho^e(\nu, T) = \frac{A_{21}}{B_{12}(N_1/N_2) - B_{21}} \cdot \quad (3.2)$$

W przypadku granicznym $T \rightarrow \infty$ musi zachodzić $\rho^e(\nu, T) \rightarrow \infty$, zatem mianownik w (3.2) musi dążyć do zera i otrzymujemy

$$\boxed{g_2 B_{21} = g_1 B_{12}} \quad (3.4)$$

$$\rho^e(\nu, T) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1} \cdot \quad (3.5)$$

Rozważając kolejny przypadek graniczny $T \rightarrow 0$ (czyli $\lambda \rightarrow \infty$) możemy zastosować przybliżenie $\exp(x) - 1 = x$, otrzymując

Prawo Rayleigha-Jeansa potwierdzone doświadczalnie dla małych częstotliwości

$$\rho^e(\nu, T) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \frac{kT}{h\nu} \quad \text{dla } h\nu \ll kT. \quad (3.6)$$

$$\rho^e(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} \cdot \quad (3.7)$$

$$\boxed{\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}} \cdot \quad (3.8)$$

Związki (3.4) i (3.8) noszą nazwę *relacji Einsteina*.

Podstawienie wzoru (3.8) do (3.5) prowadzi do rozkładu Plancka dla widmowej gęstości energii

$$\rho^e(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1} \cdot \quad (3.9)$$

3.2. Szerokość linii spektralnej

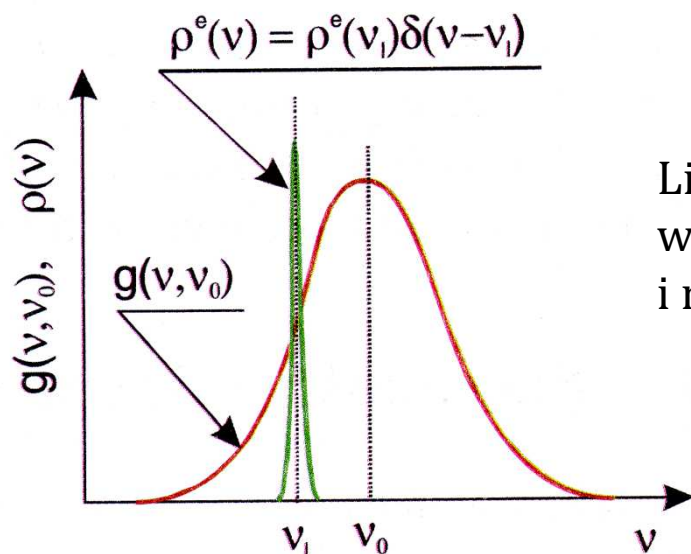
3.2.1. Funkcja kształtu linii

Dotychczas zakładaliśmy dokładnie określoną energię przejścia $h\nu$. W rzeczywistości atomowe linie spektralne charakteryzują się pewną szerokością, a do ich opisu wprowadza się *funkcję kształtu linii* $g(\nu, \nu_0)$. Funkcja ta jest unormowana

$$\int_0^{\infty} g(\nu, \nu_0) d\nu = 1. \quad (3.10)$$

Prawdopodobieństwo absorpcji promieniowania o rozkładzie $\rho^e(\nu)$ z uwzględnieniem skończonych szerokości linii absorpcyjnej

$$W_{12} = B_{12} \int_0^{\infty} \rho^e(\nu) g(\nu, \nu_0) d\nu. \quad (3.11)$$



Linie emitowane przez laser są zazwyczaj znacznie węższe niż naturalne linie absorpcji i emisji (rys. 3.2) i równanie (3.11) można zastąpić przez

$$W_{12} = B_{12} g(\nu_l, \nu_0) \rho_{\nu_l}^e, \quad (3.12)$$

jednostki $\rho_{\nu_l}^e$ [Jm^{-3}], $\rho^e(\nu)$ [Jm^{-3}s].

Rys. 3.2. Funkcja kształtu linii ośrodka oddziaływującego z promieniowaniem laserowym [1].

3.2.2. Poszerzenie jednorodne

Poszerzenie jednorodne linii emisyjnej wynika z procesów związanych z każdą indywidualną cząsteczką emitującą w takich samych warunkach. Każda spoczywająca i izolowana cząsteczką wykazuje tzw. *naturalne poszerzenie*, która wynika z zasady nieoznaczoności Heisenberga

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar/2, \quad (3.13)$$

gdzie Δt może być równe co najwyżej czasowi przebywania cząsteczki w danym stanie wzbudzonym. Jak widać z równania (3.1) czas ten dla stanu E_2 jest odwrotnością A_{21}

$$t_{\max} \approx \frac{1}{A_{21}}. \quad (3.14)$$

Szerokość pasma częstotliwości wynikająca z powyższych wzorów oraz $E = h\nu$ wynosi

$$\Delta\nu_{\min} \approx \frac{1}{4\pi t_{\max}}. \quad (3.15)$$

Czasy życia elektronowych stanów wzbudzonych są typowo rzędu $10^{-4} \dots 10^{-9}$ s, co oznacza wartości $\Delta\nu_{\min}$ rzędu $10^3 \dots 10^8$ Hz.

c.d. poszerzenie jednorodne

Jeżeli cząsteczka oddziałuje z otoczeniem, to całkowita szerokość linii wynosi

$$\Delta\nu = \frac{1}{4\pi} (\tau_{fl}^{-1} + \tau_{nr}^{-1}) = \Delta\nu_{fl} + \Delta\nu_{nr} , \quad (3.16)$$

gdzie: τ_{fl}^{-1} jest częstotliwością przejść promienistych,
 τ_{nr}^{-1} częstotliwością przejść bezpromienistych.

Oddziaływanie cząsteczki z intensywnym promieniowaniem skraca czas życia stanu wzbudzonego i jednorodna szerokość linii zwiększa się. Efekt ten nazywany jest *poszerzeniem natężeniowym*.

Poważny wpływ na szerokość linii mają także zderzenia. Efekt ten nosi nazwę *poszerzenia zderzeniowego* lub *ciśnieniowego*.

3.2.3. Poszerzenie niejednorodne

Poszerzenie niejednorodne wynika ze zróżnicowanych warunków emisji dla poszczególnych cząstek, co prowadzi do różnych częstotliwości rezonansowych lub różnych kształtów linii emisyjnych dla tego samego przejścia w poszczególnych cząstkach. Przykładami poszerzenia niejednorodnego są:

Przykładami poszerzenia niejednorodnego są:

1. **Poszerzenie dopplerowskie.** Efekt Dopplera występuje podczas wzajemnego ruchu źródła światła i obserwatora. Częstotliwość odbieranego promieniowania rośnie gdy obserwator i źródło zbliżają się do siebie oraz maleje gdy oddalają się. Połówkowa szerokość dopplerowskiego konturu linii wyraża się wzorem

$$\Delta\nu_D = \frac{2\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2RT \ln 2}{M}} \approx 7,16 \cdot 10^{-7} \nu_0 \sqrt{\frac{T}{M}}, \quad (3.17)$$

gdzie T jest temperaturą w [K], zaś M masą cząsteczkową.

Poszerzenie $\Delta\nu_D$ może przyjmować znaczne wartości do rzędu 10^9 Hz.

2. **Poszerzenie izotopowe.** W przyrodzie dany pierwiastek może występować w postaci mieszaniny różnych izotopów. Izotopy charakteryzują się przesunięciem poziomów energetycznych.

3.3. Układ dwupoziomowy

Rozważmy ponownie układ dwupoziomowy.

Założenie: rozważając akcję laserową można pominąć emisję spontaniczną, bo:

- charakteryzuje się losowym rozkładem kierunków emitowanych fotonów,
- przy dużych gęstościach promieniowania zdecydowanie dominuje emisja wymuszona.

Ze wzorów (3.1) i (3.4) otrzymujemy równanie kinetyczne

$$\frac{dN_2}{dt} = -B_{21} \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) \rho^e. \quad (3.18)$$

Stąd, uwzględniając kształt linii ośrodka przy wąskiej linii światła lasera jak na rys. 3.2

$$\frac{dN_2}{dt} = -B_{21} g(\nu_l, \nu_0) \Delta N \rho_{\nu_l}^e = -\sigma \Delta N \Phi, \quad (3.19)$$

gdzie

przekrój czynny na emisję wymuszoną [m²]:

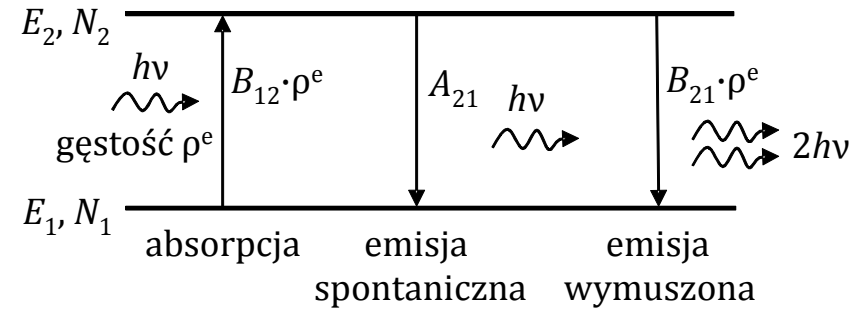
$$\sigma(\nu_l, \nu_0) = \frac{n}{c} h\nu B_{21} g(\nu_l, \nu_0), \quad (3.20)$$

strumień fotonów [1/(m²·s)]:

$$\Phi = \frac{c \rho_{\nu_l}^e}{n h\nu}, \quad (3.21)$$

różnica obsadzeń poziomów [1/m³]:

$$\Delta N = N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1. \quad (3.22)$$



Rys. 3.1. Trzy procesy promieniste pomiędzy dwoma poziomami energetycznymi.

c.d. układ dwupoziomowy

$$\frac{dN_2}{dt} = -\sigma\Delta N\Phi, \quad (3.19)$$

Ośrodek jest wzmacniaczem światła gdy $dN_2/dt < 0$ i ze wzoru (3.19) wynika, że

$$\Delta N = N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 > 0. \quad (3.23)$$

Stan (powyższy) nosi nazwę *inwersji obsadzeń*, tzn. obsadzenie górnego poziomu jest większe niż dolnego. Zgodnie z rozkładem Boltzmann'a (3.3)

$$N_1/N_2 = (g_1/g_2) \exp[(E_2 - E_1)/kT] = (g_1/g_2) \exp(h\nu/kT), \quad (3.3)$$

inwersja obsadzeń odpowiada $T < 0$, co jest niemożliwe do uzyskania w równowadze termodynamicznej.

Wniosek: w układzie dwupoziomowym nie można zbudować lasera o pracy ciągłej.

3.4. Układ trójpoziomowy [1,2]

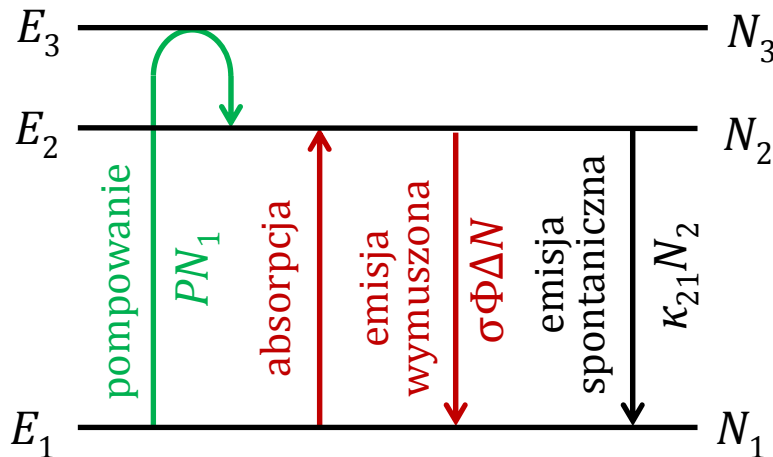
Zakładamy:

1). Czas życia stanu E_3 jest bardzo krótki i zachodzi bardzo wydajnie przejście spontaniczne bezpromieniste $3 \rightarrow 2$

$$\kappa_{32} \gg \kappa_{31}, \quad (3.24)$$

gdzie κ_{ij} jest prawd. przejścia na jednostkę czasu, co prowadzi do $N_3 \approx 0$.

2). Równa degeneracja stanów.



Rys. 3.3. Trójpoziomowy model ośrodka czynnego. Φ jest gęstością promieniowania dla przejść $2 \leftrightarrow 1$.

Przy równej degeneracji stanów $g_1 = g_2$:

$$\frac{dN_1}{dt} = -PN_1 + \kappa_{21}N_2 + \sigma\Phi(N_2 - N_1), \quad (3.25)$$

$$N_1 + N_2 = N. \quad (3.26)$$

Stąd, w stanie stacjonarnych

$$N_1 = \frac{\kappa_{21} + \sigma\Phi}{P + \kappa_{21} + 2\sigma\Phi} N, \quad (3.27)$$

$$N_2 = \frac{P + \sigma\Phi}{P + \kappa_{21} + 2\sigma\Phi} N. \quad (3.28)$$

$$\Delta N = N_2 - N_1 = \frac{P - \kappa_{21}}{P + \kappa_{21} + 2\sigma\Phi} N. \quad (3.29)$$

w przypadku małego natężenia Φ

$$\Delta N = N_2 - N_1 = \frac{P - \kappa_{21}}{P + \kappa_{21}} N. \quad (3.30)$$

Inwersję obsadzeń osiągniemy gdy

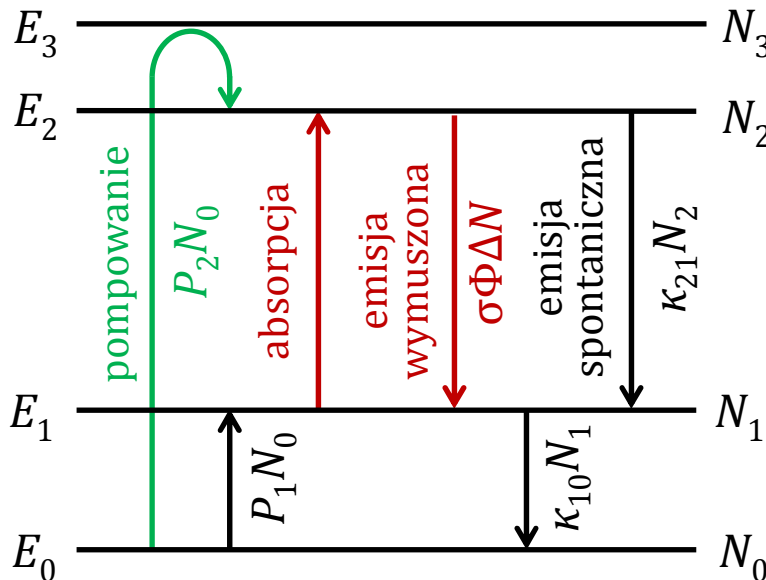
$$P > \kappa_{21}.$$

$$(3.31)$$

3.5. Układ czteropoziomowy [1]

Zakładamy:

- dwa typy pompowania ze stałymi P_1 i P_2 ,
- bardzo szybkie przejście $3 \rightarrow 2$, czyli $N_3 \approx 0$.



Rys. 3.4. Czteropoziomowy model ośrodka czynnego.

$$\frac{dN_1}{dt} = P_1 N_0 - \kappa_{10} N_1 + \kappa_{21} N_2 + \sigma \Phi (N_2 - N_1), \quad (3.32)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = P_2 N_0 - \kappa_{21} N_2 - \sigma \Phi (N_2 - N_1), \quad (3.33)$$

$$N_0 + N_1 + N_2 = N, \quad (3.34)$$

Stąd, w stanie stacjonarnych

$$\Delta N = \frac{P_2(\kappa_{10} - \kappa_{21}) - P_1 \kappa_{21}}{P_1 \kappa_{21} + P_2 \kappa_{10} + \kappa_{10} \kappa_{21} + 2\sigma \Phi (P_1 + P_2 + \kappa_{10})} N. \quad (3.35)$$

Najkorzystniejsze jest $P_1 = 0$

$$\Delta N = \frac{P_2(\kappa_{10} - \kappa_{21})}{P_2 \kappa_{10} + \kappa_{10} \kappa_{21} + 2\sigma \Phi (P_2 + A_{10})} N \quad (3.36)$$

w przypadku małego natężenia Φ

$$\Delta N = \frac{P_2(\kappa_{10} - \kappa_{21})}{P_2 \kappa_{10} + \kappa_{10} \kappa_{21}} N. \quad (3.37)$$

Inwersję obsadzeń osiągniemy gdy

$$\boxed{\kappa_{10} - \kappa_{21} > 0.} \quad (3.38)$$

3.6. Graniczna stała pompowania w układzie trój- i czteropoziomowym

Znalezione warunki inwersji obsadzeń poziomów (3.31) i (3.38), oraz związanego z tym wzmocnienia, są warunkami granicznymi, które nie uwzględniają strat energii w ośrodku i rezonatorze optycznym

Układ trójpoziomowy

$$P > \kappa_{21}. \quad (3.31)$$

Układ czteropoziomowy

$$\kappa_{10} - \kappa_{21} > 0. \quad (3.38)$$

Aby akcja laserowa mogła się rozpocząć wymagane jest by układ osiągnął pewną dodatnią wartość ΔN_t nazywaną *progową inwersją obsadzeń*, z której wynika *progowa stała pompowania* P_t

Układ trójpoziomowy

$$\Delta N = N_2 - N_1 = \frac{P - \kappa_{21}}{P + \kappa_{21}} N. \quad (3.30)$$

Układ czteropoziomowy

$$\Delta N = \frac{P_2(\kappa_{10} - \kappa_{21})}{P_2\kappa_{10} + \kappa_{10}\kappa_{21}} N. \quad (3.37)$$

$$P_t = \frac{N + \Delta N_t}{N - \Delta N_t} \kappa_{21}. \quad (3.39)$$

$$P_t = \frac{\Delta N_t}{(1 - \kappa_{21}/\kappa_{10})N - \Delta N_t} \kappa_{21}. \quad (3.40)$$

Wniosek: ponieważ typowo $N \gg \Delta N_t$, to progowa szybkość pompowania układu czteropoziomowego jest znacznie mniejsza niż układu trójpoziomowego.

3.7. Wzmocnienie światła

Przy zaniedbaniu emisji spontanicznej i przejść bezpromienistych obsadzenie stanu wzbudzonego zależy od czasu następująco

$$\frac{dN_2}{dt} = -\sigma(\nu)\Delta N\Phi. \quad (3.41)$$

Każde przejście $2 \rightarrow 1$ wiąże się z emisją wymuszoną fotonu, a każde przejście $2 \leftarrow 1$ z absorpcją, stąd gęstość fotonów ρ [m^{-3}]

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{d\rho}{dt}. \quad (3.42)$$

Stąd, uwzględniając, że: - w czasie dt światło przebywa w ośrodku drogę $dz = (c/n)dt$,
- objętościowa gęstość energii fotonów wynosi $\rho^e = \rho h\nu$

otrzymujemy:

$$\frac{c}{n} \frac{1}{h\nu} \frac{d\rho^e}{dz} = \sigma(\nu)\Delta N\Phi. \quad (3.43)$$

Ponieważ natężenie światła I [W/m^2] jest związane ze strumieniem i z gęstością fotonów

$$I = \Phi h\nu, \quad dI = \frac{c}{n} d\rho^e, \quad (3.44)$$

równość (3.43) można zapisać

$$\frac{dI}{dz} = \sigma(\nu)\Delta N I = \gamma(\nu) I. \quad (3.45)$$

Wielkość

$$\boxed{\gamma(\nu) = \sigma(\nu)\Delta N} \quad (3.46)$$

nosi nazwę *współczynnika wzmocnienia*.

c.d. Wzmocnienie światła

$$\frac{dI}{dz} = \sigma(\nu)\Delta N I = \gamma(\nu) I. \quad (3.45)$$

Dla małych natężeń światła

inwersja obsadzeni ΔN niemal nie zależy od natężenia, i w konsekwencji

$$\gamma(\nu) = \text{const.}$$

i po scałkowaniu równania (3.45) otrzymujemy

$$I(L) = I_0 \exp[\gamma_0(\nu) L], \quad (3.47)$$

gdzie $\gamma_0(\nu)$ nosi nazwę *współczynnika wzmocnienia małego sygnału*.

Wniosek: przy małych natężeniach światła natężenie rośnie wykładniczo w funkcji przebytej drogi.

Przy dużych natężeniach światła

inwersja obsadzeni zmniejsza się. Zgodnie ze wzorami (3.29) i (3.36), zależność ΔN i wzmocnienia od natężenia I ma postać

$$\gamma(\nu) = \frac{\gamma_0(\nu)}{1 + I/I_s}, \quad (3.48)$$

gdzie I_s jest parametrem ośrodka nazywanym *natężeniem nasycenia*.

W przypadku granicznym $I \gg I_s$ ze wzorów (3.45) i (3.48) wynika równanie

$$\frac{dI}{dz} = \gamma_0 I_s, \quad (3.49)$$

$$I(L) = I_0 \left(1 + \frac{I_s}{I_0} \gamma_0 L \right). \quad (3.50)$$

Wniosek: przy bardzo dużych natężeniach wzrost jest liniowy

c.d. Wzmocnienie światła

W ośrodku czynnym mogą występować straty promieniowania wynikające np. z rozpraszania i dyfrakcji, które opisujemy *współczynnikiem strat* $\chi(\nu)$ na jednostkę długości.

Uwzględniając straty otrzymujemy *efektywny współczynnik wzmocnienia*

$$\gamma_{\text{ef}}(\nu) = \gamma(\nu) - \chi(\nu). \quad (3.51)$$

||

$$\gamma(\nu) = \frac{\gamma_0(\nu)}{1 + I/I_s}, \quad (3.48)$$

Uwzględniając efektywny współczynnik γ_{ef} zamiast γ w (3.45) otrzymujemy

$$\frac{dI}{dz} = I \left(\frac{\gamma_0}{1 + I/I_s} - \chi \right). \quad (3.52)$$

W przypadku dużego natężenia $I(0) \gg I_s$, $I(L) \gg I_s$, i małych strat $\chi \ll \gamma_0$ można podać rozwiązanie równania (3.52) [1]

$$I(L) = I_s \frac{\gamma_0}{\chi} [1 - \exp(-\chi L)] + I_0 \exp(-\chi L). \quad (3.53)$$

Wniosek: ze wzoru (3.53) wynika stabilizacja natężenia przechodzącego promieniowania

➤ wzmocnienie światła $I(L) > I_0$ dla niezbyt dużych wartości I_0 ,

➤ tłumienie światła $I(L) < I_0$ dla wielkich wartości I_0 ,

➤ dla długich wzmacniaczy (znaczna wartość χL)

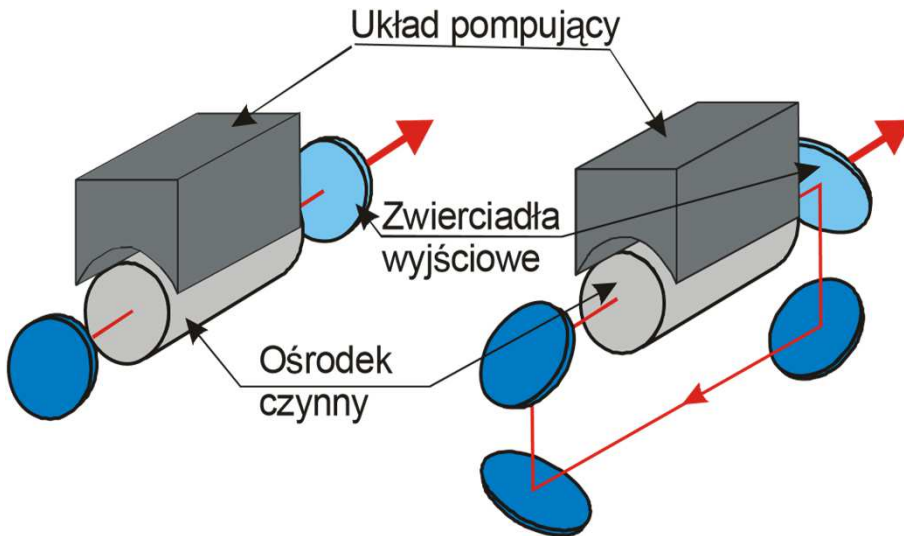
natężenie osiąga ustaloną wartość:

$$I \approx I_s \frac{\gamma_0}{\chi}. \quad (3.54)$$

3.8. Rezonatory optyczne

Rezonatory optyczne stosowane w laserach są układami optycznymi złożonymi ze zwierciadeł różnego rodzaju i liczby. Światło odbijając się od zwierciadeł rezonatora tworzy stabilną falę stojącą. Ze względu na geometrię rezonatory dzieli się na:

- **liniowe** i **pierścieniowe** (rys. 3.5),
- **wewnętrzne** - ograniczające ośrodek czynny i **zewnątrzne** - oddalone od ośrodka. Zwierciadła wewnętrzne są zazwyczaj płaskie, zewnętrzne mogą być sferyczne.



Rys. 3.5. Schemat lasera z rezonatorem liniowym (a) i pierścieniowym (b) [1].

Rezonator optyczny w laserze ma następujące zadania:

- zapewnia dodatnie sprzężenie zwrotne, co wpływa na moc wyjściową i rozmiary lasera,
- wymusza oscylacje na częstotliwościach rezonansowych,
- ogranicza szerokość spektralną emitowanej wiązki,
- kształtuje poprzeczny rozkład promieniowania.

3.8.2. Dobroć rezonatora

Dobroć rezonatora definiuje się jako

$$Q = 2\pi \frac{W_c}{W_s} = \frac{W_c}{P} \omega, \quad (3.55)$$

gdzie: W_c - energia całkowita w układzie, W_s energia tracona w czasie jednego okresu,
 P - moc strat, ω - częstość rezonansu.

Rozważmy rezonator Fabry'ego-Perota o długości L , ze zwierciadłami o natężeniowych współczynnikach odbicia R_1 i R_2 . Jeżeli ośrodek w rezonatorze nie wzmacnia światła i wykazuje współczynnik strat χ , to po przejściu jednego pełnego cyklu światła w czasie $T = 2Ln/c = 2L/c^*$ gęstość energii zmniejsza się według wzoru

$$\rho^e(t + T)/\rho^e(t) = R_1 R_2 \exp(-2L\chi) = \exp(-T/\tau_c). \quad (3.56)$$

Równanie (3.56) definiuje *czas życia fotonów* τ_c *we wnętrzu pasywnej*

$$\frac{1}{\tau_c} = \chi c^* + \frac{c^*}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}. \quad (3.57)$$

Ponieważ energia w układzie $W_c = \rho^e V$, ze związku (3.56) wynika, że

$$W_c(t) = W_c(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right), \quad (3.58) \quad \Rightarrow \quad P(t) = \frac{dW_c}{dt} = -\frac{1}{\tau_c} W_c(t). \quad (3.59)$$

(3.55)

$$Q = \omega \tau_c = 2\pi\nu \tau_c.$$

(3.60)

c.d. Dobroć rezonatora

$$W_c(t) = W_c(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right) \quad (3.58)$$

Zależność pola elektrycznego fali świetlnej od czasu można zapisać na podstawie wzoru (3.58), biorąc pod uwagę $W \sim |E|^2$, oraz że bez tłumienia fala miałaby dokładnie częstotliwość rezonansu ω

$$E(t) = E_0 \exp(i \omega t) \exp\left(-\frac{\omega t}{2Q}\right). \quad (3.61)$$

Znajdując transformatę Fouriera funkcji $E(t)$ otrzymujemy kształt linii rezonansowej pasywnego rezonatora [1]

$$|E(\nu)|^2 = \frac{E_0^2}{4\pi^2} \frac{1}{(\nu - \nu_q)^2 + (\nu_q/2Q)^2}, \quad (3.62)$$

gdzie $\nu_q = \omega/2\pi$.

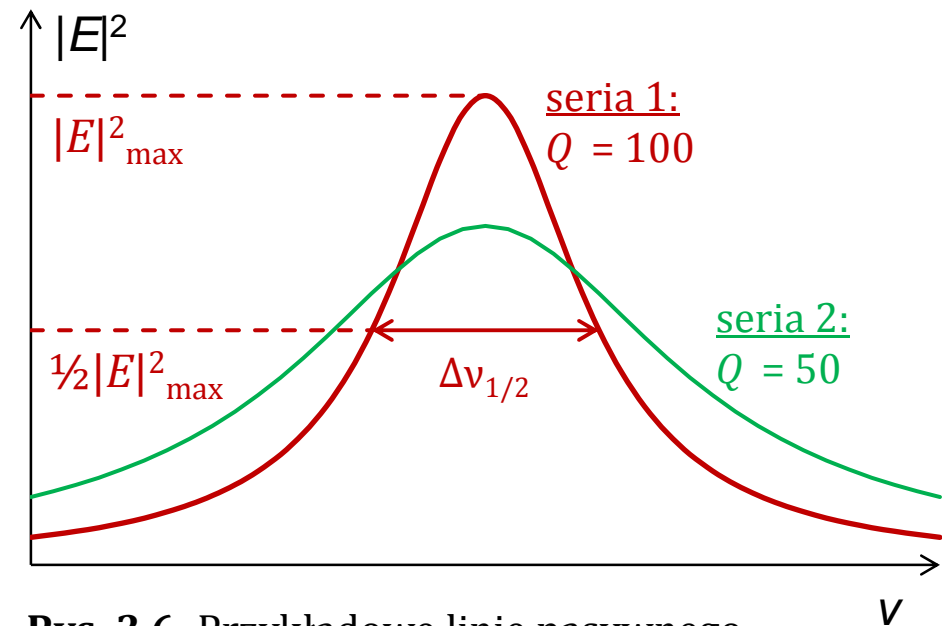
Szerokość połówkowa funkcji (3.62)

$$\Delta\nu_{1/2} = \frac{\nu_q}{Q} = \frac{1}{2\pi \tau_c}. \quad (3.63)$$

Stąd i ze wzoru (3.57)

$$\Delta\nu_{1/2} = \frac{c^*}{4\pi L} (2L\chi - \ln R_1 R_2). \quad (3.64)$$

Wniosek: $\Delta\nu_{1/2}$ rośnie ze wzrostem strat opisanych przez χ, R_1, R_2 .



Rys. 3.6. Przykładowe linie pasywnego rezonatora według wzoru (3.62).

3.8.3. Mody podłużne rezonatora

Modem rezonatora nazywamy każdą falę stojącą powstającą w rezonatorze.

W rezonatorze Fabry'ego-Perota od długości L rezonans podłużny następuje dla fal o długościach λ_q wpisujących się całkowitą liczbę razy w drogę $2L$

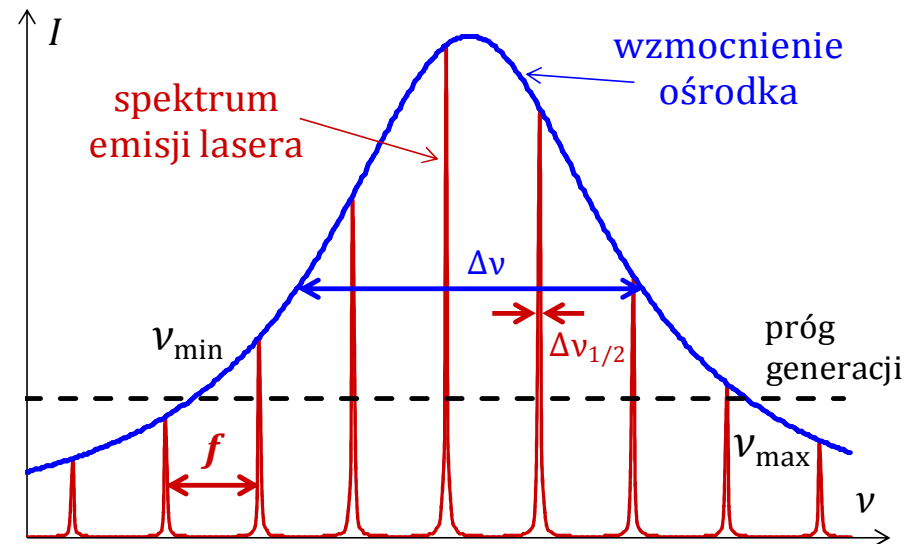
$$2L = q\lambda_q = q \frac{c^*}{\nu_q}, \quad q = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.65)$$

gdzie ν_q jest częstotliwością modu. Stąd różnica między częstotliwościami modów

$$f = \nu_q - \nu_{q+1} = \frac{c^*}{2L} \quad (3.66)$$

Linie emisji i absorpcji ośrodka mają pewną skończoną szerokość (poszerzenia linii). Jeżeli pasmo wzmocnienia ośrodka ma szerokość większą od różnicy (3.66), to możliwa jest jednoczesna generacja wielu modów, a ich liczbę można oszacować jako

$$N = q_{\max} - q_{\min} = 2L \left(\frac{1}{\lambda_{\min}} - \frac{1}{\lambda_{\max}} \right) \approx 2L \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}. \quad (3.67)$$



Rys. 3.7. Pasma wzmocnienia ośrodka czynnego i spektrum emisji lasera.

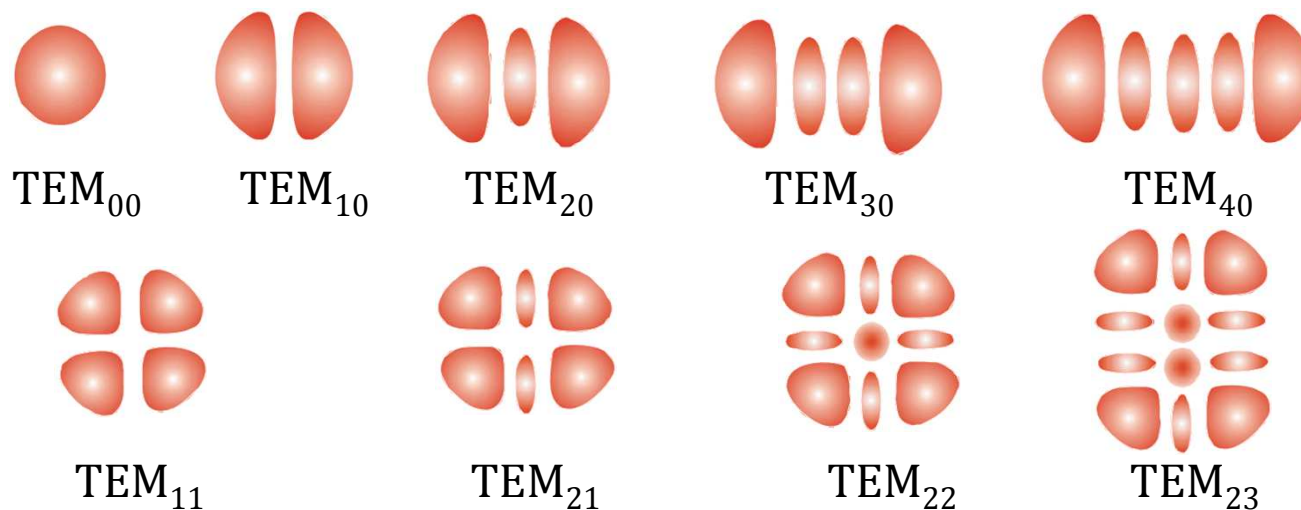
3.8.4. Mody poprzeczne rezonatora

Zwierciadła znajdują się w dużej odległości w porównaniu do ich rozmiarów. W tych warunkach występują efekty dyfrakcyjne na krańcach zwierciadeł, które powodują, że:

- fale pomiędzy lustrami nie są płaskie,
- na powierzchni zwierciadeł amplituda i faza zależą od współrz. poprzecznych x i y .

Efekty te powodują powstawanie poprzecznych, czyli nie skierowanych wzdłuż osi lasera, drgań własnych, zwanych *modami poprzecznymi* i oznaczanych symbolem TEM_{mn} :

- TEM jest skrótem od *Transverse Electro-Magnetic*,
- indeksy m i n określają rzędy drgań poprzecznych [4]:
 - m i n węzłów wzdłuż osi x i y zwierciadła kwadratowego albo prostokątnego,
 - m węzłów wzdłuż współrzędnej azymutalnej o nachyleniu od 0 do π ,
 - n węzłów wzdłuż promienia zwierciadła okrągłego.



Rys. 3.8. Przykładowe mody poprzeczne dla zwierciadeł kwadratowych [1].

c.d. Mody poprzeczne rezonatora

Z każdym rodzajem drgań poprzecznych jest związane wiele rodzajów drgań podłużnych, różniących się liczbą q połówek fal na długości rezonatora L , lecz mających jednakową strukturę pola poprzeczną pola elektromagnetycznego. W związku z tym stosuje się także oznaczenie:

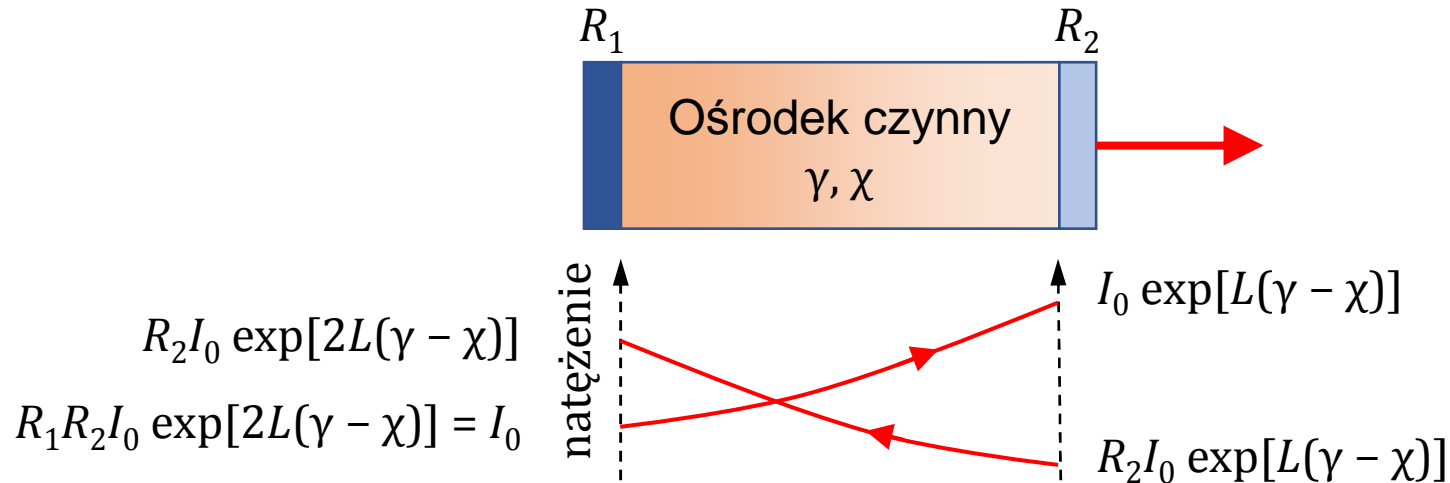
$$\text{TEM}_{mnq},$$

gdzie trzeci indeks q odnosi się rzędu drgań podłużnych.

W laserach szczególnie pożądane jest uzyskanie pracy jednomodowej typu TEM_{00} . Im wyższy jest rząd modu poprzecznego, tym większy jest jego przekrój poprzeczny. Dlatego w przypadku laserów gazowych jeden mod można selekcjonować poprzez odpowiednio małą średnicę rury wyładowczej.

3.9. Warunek progowy akcji laserowej

Rozważmy rezonator liniowy o długości L składający się ze zwierciadeł o natężeniowych współczynnikach transmisji R_1 i R_2 . Wnęka rezonatora wypełniona jest ośrodkiem czynnym o współczynniku wzmocnienia $\gamma(\nu)$ i współczynniku strat χ .



Rys. 3.9. Rozkład natężenia światła we wnętrzu rezonatora z ośrodkiem czynnym w warunkach równowagi.

Jeżeli początkowe natężenie światła wynosi I_0 , to po jednym obiegu w rezonatorze

$$I = R_1 R_2 I_0 \exp\{2L[\gamma(\nu) - \chi]\}. \quad (3.68)$$

Warunkiem progowym akcji laserowej jest aby wzmocnienie równoważyło straty

$$I = I_0. \quad (3.69)$$

Stąd wzmocnienie progowe (*t - threshold*)

$$\gamma_t(\nu) = \chi + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}. \quad (3.70)$$

c.d. Warunek progowy akcji laserowej

Czas życia fotonów τ_c we wnętrzu pasywnej

Wzmocnienie progowe

$$\frac{1}{\tau_c} = \chi c^* + \frac{c^*}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} . \quad (3.57)$$

$$\gamma_t(\nu) = \chi + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} . \quad (3.70)$$

akcja laserowa jest podtrzymywana gdy

$$c^* \gamma(\nu) \geq c^* \gamma_t(\nu) = \frac{1}{\tau_c} . \quad (3.71)$$

Wcześniej pokazano, że wsp. wzmocnienia jest związany z inwersją obsadzeń wzorem

$$\gamma(\nu) = \sigma(\nu) \Delta N \quad (3.46)$$

Podstawiając wzór (3.46) do (3.71) można wyznaczyć *progową inwersję obsadzeń* ΔN_t

$$\Delta N_t = \frac{1}{c^* \sigma(\nu) \tau_c} . \quad (3.72)$$

przekrój czynny (3.20)

relacja Einsteina (3.8)

czas życia stanu wzbudz. 2

$$\sigma(\nu, \nu_0) = \frac{n}{c} h \nu B_{21} g(\nu, \nu_0) ,$$

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} .$$

$$\tau_2 = \frac{1}{A_{21}} , \quad (3.73)$$

Po podstawieniach otrzymujemy

$$\Delta N_t = \frac{8\pi \nu^2}{c^3 g(\nu, \nu_0)} \frac{\tau_2}{\tau_c} . \quad (3.74)$$

c.d. Warunek progowy akcji laserowej

progowa inwersja obsadzeń

$$\Delta N_t = \frac{8\pi\nu^2}{c^3 g(\nu, \nu_0)} \frac{\tau_2}{\tau_c} . \quad (3.74)$$

Jeżeli akcja laserowa zachodzi w centrum linii wzmocnienia $\nu = \nu_0$, wtedy $g(\nu, \nu_0) = g_0/\Delta\nu$, gdzie $\Delta\nu$ jest szerokością połówkową linii przejścia laserowego (rys. 3.7).

Wówczas równanie (3.74) przyjmuje postać warunku Schawłowa-Townesa:

$$\Delta N_t = \frac{8\pi\nu_0^2 \Delta\nu \tau_2}{c^3 g_0 \tau_c} . \quad (3.75)$$

Wnioski z warunku (3.75):

- Progowa inwersja obsadzeń jest funkcją kwadratową częstotliwości generowanego promieniowania, co oznacza, że lasery emitujące w podczerwieni są łatwiejsze do uruchomienia niż emitujące promieniowanie widzialne i UV.
- Ośrodki z wąskimi liniami fluorescencyjnymi są korzystniejsze,
- Im lepszy rezonator, tzn. dłuższy czas życia fotonów we wnęce τ_c , tym mniejsza inwersja progowa.

Literatura do tematu 3

- [1] B. Ziętek, Lasery, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2009.
- [2] F. Kaczmarek, „Wstęp do fizyki laserów”, wydanie 2, PWN, Warszawa 1986.
- [4] H. Klejman, „Lasery”, wydanie 2, PWN, Warszawa 1979.
- [5] H. Haken, H.Ch. Wolf, Atomy i kwanty. Wprowadzenie do współczesnej spektroskopii atomowej, PWN, W-wa 2002.