Normalizacja i fizyka środowiska

Moduł 3. Energia

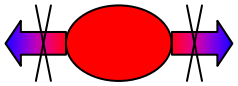
Instytut Fizyki PŁ 2022

obraz z: *http://www.globalactionawards.org/how-bio-diesel-is-changing-the-world-of-green-energy/green-energy-plug/*

3.1. Wymiana ciepła

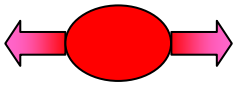
Użycie ciepła wiąże się z dwoma problemami:

duża izolacja



Utrzymanie ciepła wewnątrz domu, instalacji grzewczej, zbiornika ciepła.

duża przewodność



Wymiana ciepła w silnikach cieplnych, cieczach roboczych, kolektorach słonecznych.

Istnieją 3 mechanizmy wymiany ciepła:

1. Przewodzenie ciepła

- jest skutkiem zderzeń między atomami. Według *prawa Fouriera* gęstość strumienia ciepła **q''** [W/m^2] przez płaszczyznę prostopadłą do kierunku przepływu ciepła przez jednorodny materiał wynosi

$$\mathbf{q''} = -k\,\nabla T, \qquad (3.1)$$

gdzie k [W/(m•K)] jest *przewodnością cieplną*, zaś ∇T jest gradientem temperatury. Wartość k zależy od materiału (tabela 3.1), jego gęstości i wilgotności oraz temperatury.

Materiał	Gęstość ρ [kg/m^3]	Przewodność cieplna k [W/(m·K)]
Izolatory		
powietrze	1,161	0,026
włókno szklane	16	0,043
pianka uretanowa	70	0,026
korek	120	0,039
wełna mineralna	190	0,046
papier	930	0,180
szkło	2500	1,4
Materiały budowlane		
zaprawa gipsowa	1680	0,22
zaprawa cementowa	1860	0,72
drewno miękkie	510	0,12
drewno twarde	720	0,16
drewno dębowe	545	0,19
cegła	1920	0,72
beton	2300	1,4
Metale		
żelazo	7870	80,2
aluminium	2700	237
stal (C, Si)	7800	52
Miedź	8933	401
Różne		
piasek	1515	0,27
gleba	2050	0,52
guma miękka	1100	0,13
bawełna	80	0,06
skóra człowieka		0,37

Tabela 3.1. Właściwości cieplne materiałów w warunkach normalnych przy T = 300K.

(źródło: *E. Boeker, R. Grondelle, Fizyka środowiska, PWN, Warszawa 2002, tabela 4.1*)

2. Konwekcja

występuje gdy dane ciało jest w kontakcie z substancją w stanie ciekłym lub gazowym. Na skutek wymiany ciepła z warstwie granicznej zmienia się gęstość substancji, co prowadzi do jej ruchu – jest to *konwekcja swobodna*. Wentylator lub pompa mogą powodować *konwekcję wymuszoną*. Zgodnie z prawem stygnięcia Newtona wymiana ciepła jest proporcjonalna do różnicy temperatur ciała i otoczenia $\Delta T = T_c - T_\infty$

$$q'' = h\Delta T, \qquad (3.2)$$

gdzie h [W/(m^2•K)] jest współczynnikiem wymiany ciepła przez konwekcję. Rozpiętość wartości tego współczynnika jest ogromna i często korzysta się z wartości empirycznych.

Tabela 3.2. Typowe wartości współczynnika wymiany ciepła h [W/(m^2•K)].

Faza	Konwekcja swobodna	Konwekcja wymuszona
gazy	2 – 25	25 – 250
ciecze	50 – 1000	50 – 20 000

(źródło: *E. Boeker, R. Grondelle, Fizyka środowiska, PWN, Warszawa 2002, tabela 4.2*)

3. Promieniowanie.

Ciało szare emituje wg. prawa Stefana-Boltzmana

$$q'' = \epsilon\, \sigma T_s^4, \qquad (3.2)$$

gdzie ϵ jest względną zdolności emisyjną (ułamek promieniowania ciała doskonale czarnego).

Jednocześnie ciało absorbuje ze zdolnością absorpcyjną a promieniowanie otoczenia o temperaturze T_∞. Ponieważ ciało jest całkowicie otoczone przez swoje środowisko, więc to środowisko promieniuje jak ciało doskonale czarne σT_∞^4.

W przypadku ciała szarego $\epsilon = a$ niezależnie od długości fali λ i wypadkową wymianę ciepła możemy zapisać

$$q'' = \epsilon\, \sigma(T_s^4 - T_\infty^4). \qquad (3.4)$$

W dalszej części tego modułu pominiemy wymianę ciepła przez promieniowanie.

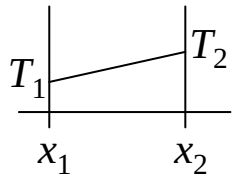
Opór cieplny

Rozważmy strumień ciepła q [W] płynącego w stanie stacjonarnym przez jednorodną płytę o powierzchni A i grubości d wzdłuż osi x.

Z równania Fouriera (3.1) wynika, że

$$q = -kA\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = \text{const.} \qquad (3.5)$$

co oznacza liniową zależność $T(x)$ łączącą punkty (x_1, T_1) i (x_2, T_2)



$$T_2 - T_1 = q\frac{d}{kA} = q\,R. \qquad (3.6)$$

Jeśli przyjmiemy, że:
$T_2 - T_1$ odpowiada różnicy potencjałów,
zaś q prądowi elektrycznemu,
to widoczna jest analogia do prawa Ohma. Stąd:

$$R = \frac{d}{k\,A}\left[\frac{K}{W}\right] \qquad (3.7)$$

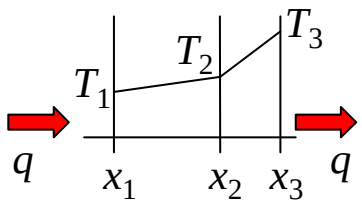
możemy nazwać *oporem cieplnym*.

Z tabeli 3.1 wynika, że wiele materiałów stosowanych w budownictwie to są złe izolatory. Należy je zatem łączyć np. z dobrymi izolatorami.

Rozważmy dwie różne płyty o jednakowej powierzchni A, w idealnym kontakcie cieplnym

$$T_3 - T_2 = q\frac{d_2}{k_2 A} = qR_2,$$

$$T_2 - T_1 = q\frac{d_1}{k_1 A} = qR_1.$$



Stąd wynika, że opory cieplne możemy dodawać szeregowo (jak opory elektryczne)

$$T_3 - T_1 = q(R_1 + R_2) = qR. \qquad (3.8)$$

Opór cieplny można też określić <u>dla konwekcji</u>.
Z prawa ostygania Newtona (3.2)

$$q = hA(T_\mathrm{c} - T_\infty) \quad \rightarrow \quad R = 1/(h\,A). \qquad (3.9)$$

Całkowity opór cieplny muru zbudowanego z dwóch równoległych płyt i dwóch powierzchni zewnętrznych

$$R = \frac{1}{h_1 A} + \frac{d_1}{k_1 A} + \frac{d_2}{k_2 A} + \frac{1}{h_2 A}. \qquad (3.10)$$

W praktyce należy dodać także opór kontaktowy wynikający z chropowatości przylegających powierzchni.

Równanie przewodzenia ciepła

Tempo zmian temperatury w danym ciele wynika z zasady zachowania energii, którą na jednostkę czasu można zapisać:

przyrost ilości ciepła	=	przewodzenie ciepła	+	wewnętrzna produkcja ciepła

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p T \,\mathrm{d}V) = -\operatorname{div} q'' \mathrm{d}V + q_V \,\mathrm{d}V, \quad (3.11)$$

gdzie c_p oznacza ciepło właściwe dla p = const., q_V [W/m^3] produkcję ciepła w jednostce czasu w jednostkowej objętości.

Podstawiając wzór Fouriera (3.1)

$$\mathbf{q}'' = -k\,\nabla T, \quad (3.1)$$

otrzymujemy *równanie przewodzenia ciepła*

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p T) = \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) q'' + q_V .} \quad (3.12)$$

W ogólności k jest *tensorem przewodnictwa cieplnego* opisanym macierzą 3×3.

Gdy zależność k od kierunku nie jest istotna (tensor można zastąpić skalarem) oraz wartości ρ, c_p są stałe w czasie otrzymujemy

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\,\Delta T + \frac{1}{\rho c_p} q_V , \quad (3.13)$$

gdzie $a = k/(\rho c_p)$ jest *współczynnikiem Fouriera* dla danego materiału [m^2/s], zaś Δ jest operatorem Laplace'a

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (3.14)$$

Jeśli nie ma żadnych źródeł ani zbiorników ciepła, a ponadto przepływ ciepła jest jednowymiarowy wzdłuż osi x równanie (3.13) upraszcza się do

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = a\,\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.} \quad (3.15)$$

Dzienne i nocne zmiany temperatury

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = a\,\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.} \qquad (3.15)$$

Rozważmy półnieskończony jednorodny ośrodek. Załóżmy, że na skutek dziennych lub rocznych wahań temperatury na jego powierzchni $x = 0$ do ośrodka wchodzi okresowa fala ciepła. Warunki graniczne:

$$\begin{aligned} x = 0: &\quad T = T_{\text{śr}} + T_0 \cos \omega t, \\ x = \infty: &\quad T = T_{\text{śr}}\,. \end{aligned} \qquad (3.16)$$

Rozwiązaniem równania przewodzenia ciepła (3.15) z warunkami granicznymi (3.16) jest tłumiona fala sinusoidalna

$$T = T_{\text{śr}} + T_0 \exp(-Ax) \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right). \qquad (3.17)$$

Podstawiając (3.17) do (3.15) otrzymamy wyrazy z sinusem oraz kosinusem, które musza się równoważyć w ramach dwóch grup i można znaleźć wartości parametrów:

$$v\,[\text{m/s}] = \sqrt{2a\omega}\,, \qquad (3.18)$$

$$A\,[\text{m}^{-1}] = \sqrt{\omega/(2a)}\,. \qquad (3.19)$$

Używa się także parametrów:

- *głębokość tłumienia*, czyli głębokość na której amplituda zmaleje e razy

$$x_{\text{e}} = 1/A,$$

- oraz *czas opóźnienia* potrzebny do przebycia przez falę cieplną drogi 1 m

$$\tau = 1/v.$$

Nagła zmiana temperatury

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = a\,\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.} \qquad (3.15)$$

Rozważmy półnieskończony jednorodny ośrodek, którego powierzchnia $x = 0$ doznaje nagłej zmiany temperatury od T_0 do T_1 (np. schłodzenie gorącego komina przez deszcz). Warunki graniczne mają postać:

$$\begin{aligned} T(x=0, t \geq 0) &= T_1, \\ T(x>0, t=0) &= T_0. \end{aligned} \qquad (3.20)$$

Rozwiązaniem równania przewodzenia ciepła (3.15) w warunkach (3.20) jest:

$$T = T_1 + (T_0 - T_1)\,\mathrm{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right), \quad t > 0, \qquad (3.21)$$

gdzie „erf” jest tzw. *funkcją błędu*

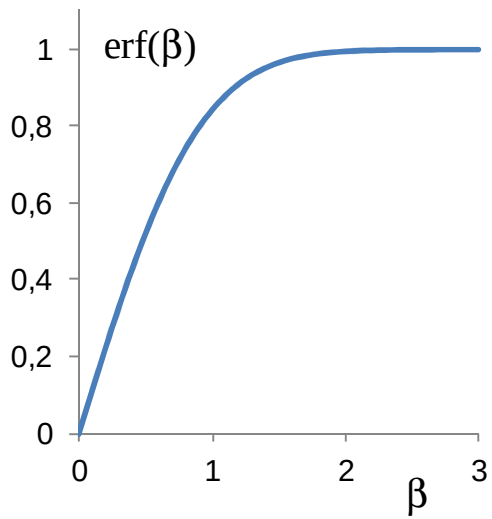
$$\mathrm{erf}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\beta} \exp(-z^2)\,\mathrm{d}z\,. \qquad (3.22)$$

Funkcja błędu jest całką oznaczoną z rozkładu Gaussa dla $\sigma^2 = 1/2$

$$f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp(-z^2/2\sigma^2). \qquad (3.23)$$

Korzystając z prawa Fouriera (3.1) obliczymy gęstość strumienia ciepła q'' [W/m^2] przez płaszczyznę prostopadłą do osi x

$$\boxed{q'' = -k\,\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{k(T_1 - T_0)}{\sqrt{\pi a t}}\exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right).} \qquad (3.24)$$



Rys. 3.1. Wykres funkcji błędu (3.22).

Temperatura kontaktu

$$\boxed{q'' = -k\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{k(T_1 - T_0)}{\sqrt{\pi a t}}\exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right).} \tag{3.24}$$

Ze wzoru (3.24) wynika, że na powierzchni $x = 0$ półnieskończonej płyty

$$q''(x=0) = \frac{k}{\sqrt{a}}\frac{T_1 - T_0}{\sqrt{\pi t}} = b\frac{T_1 - T_0}{\sqrt{\pi t}}. \tag{3.25}$$

gdzie b [$\mathrm{J \cdot m^{-2} \cdot K^{-1} \cdot s^{-1/2}}$] jest *współczynnikiem kontaktu* (stablicowany)

$$b = k\big/\sqrt{a} = \sqrt{k\,\rho\,c_p}. \tag{3.26}$$

Rozważmy teraz dwie półnieskończone płyty o temperaturach T_1 i T_2 ($T_1 > T_2$), które w chwili $t = 0$ znalazły się w idealnym kontakcie termicznym. Wartość temperatury kontaktu T_c można obliczyć przyrównując przepływy ciepła opisane wzorem (3.25)

$$\frac{b_1}{\sqrt{\pi t}}(T_1 - T_\mathrm{c}) = \frac{b_2}{\sqrt{\pi t}}(T_\mathrm{c} - T_2), \tag{3.27}$$

Skąd wynika, że

$$\boxed{T_\mathrm{c} = \frac{b_1 T_1 + b_2 T_2}{b_1 + b_2}.} \tag{3.28}$$

Przykłady

Przykład 3.1:

Korzystając z danych w tabeli 3.3 oraz wzorów (3.18) i (3.19) można obliczyć, że dla muru z betonu podlegającego dziennym zmianom temperatury, że głębokość tłumienia

$$x_{\mathrm{e}} = \sqrt{\frac{2a}{\omega}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}92 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}}{2\pi/(24\mathrm{h} \cdot 3600\mathrm{s/h})}} \approx 0{,}14\ \mathrm{m},$$

zaś czas opóźnienia dla drogi 1 m

$$\tau = 1\Big/\sqrt{2a\omega} \approx 1{,}2\ \text{doby}.$$

Przykład 3.2:

Temperatura skóry człowieka wynosi około 30°C. Chodzenie gołą stopą po podłodze o temperaturze 15°C prowadzi do temperatury kontaktu

$$T_{\mathrm{c}} = \frac{b_1 T_1 + b_2 T_2}{b_1 + b_2} \qquad (3.28)$$

dla podłogi dębowej 25,4°C (przyjemne),
dla podłogi betonowej 21,0°C (nieprzyjemne).

Materiał	Współcz. Fouriera a [10^{-7} m^2/s]	Współcz. kontaktu b [J·m^{-2}·K^{-1}·s$^{-1/2}$]
Izolatory		
powietrze	225	24
włókno szklane	32	44
pianka uretanowa	3,6	92
korek	1,8	470
papier	1,4	1620
szkło	7,5	
Materiały budowlane		
zaprawa gipsowa	1,21	635
zaprawa cementowa	4,96	1029
drewno miękkie	1,71	290
drewno twarde	1,77	380
drewno dębowe	1,46	499
cegła	4,49	1075
beton	6,92	1680
Metale		
żelazo	7870	17 000
aluminium	2700	24 000
stal (C, Si)	7800	13 500
miedź	8933	37 000
Różne		
piasek	1515	572
gleba	2050	1400
guma miękka	1100	540
bawełna	80	80
skóra człowieka		1120
dywan wełniany		105

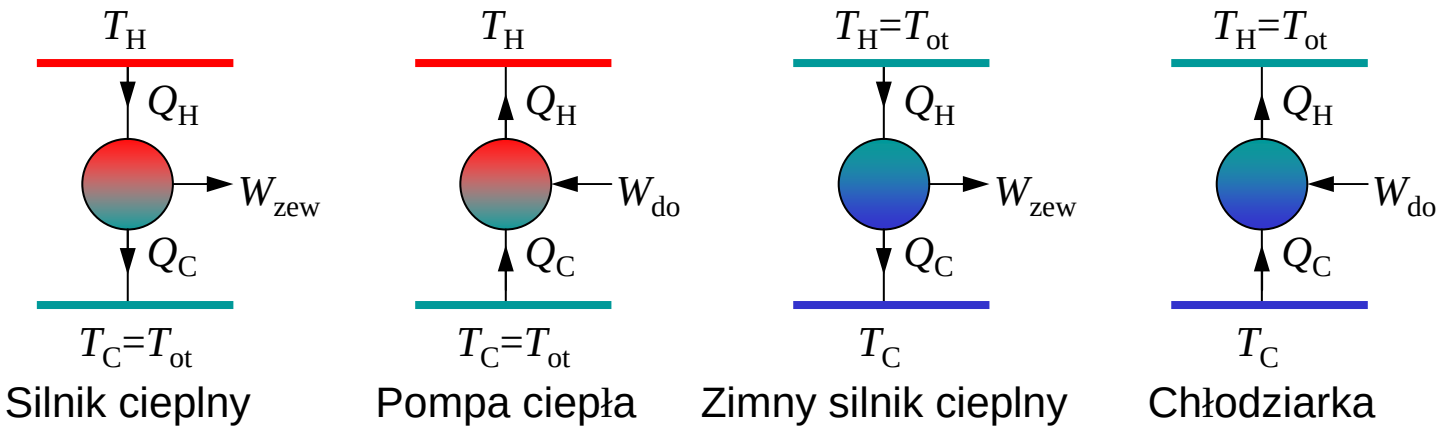
(źródło: *E. Boeker, R. Grondelle, Fizyka środowiska, PWN, Warszawa 2002, tabela 4.1*)

Tabela 3.3. Właściwości cieplne materiałów w warunkach normalnych przy T = 300K.

3.2. Paliwa kopalne

3.2.1. Sprawność silników cieplnych

W praktyce rozróżnia się *silniki cieplne* dwóch rodzajów:
1) chłodnica ma temperaturę otoczenia $T_C = T_{ot}$, źródło ciepła $T_H > T_{ot}$,
2) otoczenie jest źródłem ciepła $T_H = T_{ot}$, chłodnica $T_C < T_{ot}$ (tzw. zimny silnik cieplny).
Urządzenia pracujące w przeciwnym kierunku, to *pompa cieplna* oraz *chłodziarka* (*lodówka*).



Rys. 3.2. Przykłady silników cieplnych.

Wszystkie maszyny cieplne muszą spełniać zasady termodynamiki:

Pierwsza zasada termodynamiki:

$$\delta Q = \mathrm{d}U + \mathrm{d}W, \qquad (3.29)$$

gdzie δQ jest ilością ciepła dostarczonego do układu,
$\mathrm{d}U$ jest zmianą energii wewnętrznej,
$\mathrm{d}W$ pracą wykonaną przez układ.

Według *drugiej zasady termodynamiki* przyrost entropii $\mathrm{d}S$ układu o temperaturze T, do którego dostarczono ciepło $\mathrm{d}Q$

$$\mathrm{d}S \geq \frac{\mathrm{d}Q}{T}, \qquad (3.30)$$

gdzie znak = dotyczy procesów odwracalnych.

Sprawność silnika cieplnego

Rozważmy silnik cieplny, który pobiera pewną ilość ciepła Q ze zbiornika o wysokiej stałej temperaturze T_H, wykonuje pracę W, a ciepło $Q–W$ (zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki) przekazuje innemu zbiornikowi o niższej temperaturze T_C. Ponieważ gorący zbiornik oddaje ciepło, zatem ciepło dostarczone do niego wynosi $–Q$. Przyrost entropii całego układu znajdujemy przez dodanie zmian entropii dla obu zbiorników

$$\frac{Q-W}{T_C}-\frac{Q}{T_H}\geq 0\,. \tag{3.31}$$

Stąd wynika, że praca użyteczna W

$$W\leq Q\left(1-\frac{T_C}{T_H}\right). \tag{3.32}$$

Sprawność silnika cieplnego η jest zdefiniowana jako

$$\eta=\frac{\text{praca wykonana}}{\text{cieplo pobrane}}=\frac{W_C}{Q}\,. \tag{3.33}$$

Z równań (3.32) i (3.33), że najlepsza sprawność możliwa dla danych temperatur to

$$\boxed{\eta_{max}=1-\frac{T_C}{T_H}\,.} \tag{3.34}$$

Taką sprawność osiąga silnik pracujący w *cyklu Carnota*, w którym zakłada się nieskończenie wolne zmiany konieczne do wyrównania temperatury czynnika roboczego z temperaturą zbiorników. W rzeczywistym silniku cieplnym ograniczona szybkość transportu ciepła powoduje obniżanie się sprawności ze wzrostem wykonywanej pracy dla zadanych T_C, T_H i stałych transportu cieplnego.

Sprawność chłodziarki i pompy ciepła

W przypadku *chłodziarki* dostarczona praca W prowadzi do odebrania ciepła Q_C zimnemu zbiornikowi i dostarczenia ciepła $Q_H = Q_C + W$ do zbiornika gorącego, zatem II zasada termodynamiki

$$\frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_C}{T_C} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad W \geq Q_C\left(\frac{T_H}{T_C} - 1\right). \qquad (3.35)$$

Współczynnik sprawności energetycznej chłodziarki ξ jest zdefiniowany

$$\xi = \frac{\text{zysk z pracy}}{\text{wymagana praca}} = \frac{Q_C}{W} = \frac{Q_C}{Q_H - Q_C}. \qquad (3.36)$$

Łącząc wzory (3.35) i (3.36) otrzymujemy maksymalną sprawność chłodziarki

$$\boxed{\xi_{max} = \left(\frac{T_H}{T_C} - 1\right)^{-1}.} \qquad (3.37)$$

W przypadku *pompy ciepła* oczekiwany zysk z pracy odnosi się ciepła oddanego w obszarze cieplejszym, zatem sprawność pompy ξ

$$\xi = \frac{\text{zysk z pracy}}{\text{wymagana praca}} = \frac{Q_H}{W} = \frac{Q_H}{Q_H - Q_C}. \qquad (3.38)$$

Stąd i z równania (3.35), które dotyczy także tego przypadku, otrzymujemy maksymalną sprawność pompy cieplnej

$$\boxed{\xi_{max} = \left(1 - \frac{T_C}{T_H}\right)^{-1}.} \qquad (3.39)$$

<u>Wniosek:</u> ze wzorów (3.37) i (3.39) wynika, że sprawności chłodziarki oraz pompy cieplnej mogą być znacznie większe od 1.

Sprawność egzoenergetyczna

Sprawności energetyczne odnoszą się tylko do osiągów danego układu i nie oznaczają inteligentnego najlepszego wykorzystania energii. Dlatego zdefiniowano *sprawność egzoenergetyczną* ϵ, zwaną także *racjonalną efektywnością* (ang. *rational efficiency*)

$$\epsilon = \text{uzyskiwana sprawność / maksimum możliwej sprawności}, \qquad (3.40)$$

gdzie maksimum możliwej sprawności odnosi się do wielkości dozwolonej przez prawa termodynamiki przy danej definicji użytecznego ciepła lub pracy. Wyrażanie sprawności wg tej konwencji nazywane jest także drugim prawem sprawności.

<u>Przykład 3.1</u>
Ogrzewanie domu można zrealizować np.:
(a) za pomocą grzejników elektrycznych ze sprawnością bliską 1,
(b) za pomocą zasilanych elektrycznie pomp ciepła ze sprawnością $\xi > 1$.

Największa możliwa sprawność jest określona wzorem (3.39) dotyczącym idealnej pompy ciepła. Sprawność egzoenergetyczna grzejników elektrycznych jest zatem równa

$$\epsilon = \frac{1}{\xi} \overset{(3.39)}{=} 1 - \frac{T_C}{T_H}. \qquad (3.41)$$

<u>Wniosek:</u> w przypadku ogrzewania domu temperatury T_C i T_H wyrażone w [K] nie różnią się znacznie, zatem do ogrzewania domu zdecydowanie korzystniejsza jest pompa ciepła (pomijając koszty instalacji).

Egzergia

Egzergia – to maksymalna praca możliwa do wykonania przez układ, zachodząca na dowolnej drodze i prowadząca do przejścia w stan równowagi z atmosferą (o ile nie zdefiniowano innego zbiornika). Praca wykonana na atmosferze nie jest brana pod uwagę, ponieważ nie można jej odzyskać.

Rozważmy układ opisany przez swoją energię wewnętrzną U, entropię S, i objętość V. Układ ten może wymieniać ciepło i pracę z atmosferą o stałej temperaturze T_0 i ciśnieniu p_0, osiągając równowagę dla energii U_f, entropii S_f i objętości V_f. Egzergia jest wówczas opisana przez

$$B = (U - U_\mathrm{f}) + p_0(V - V_\mathrm{f}) - T_0(S - S_\mathrm{f})\,. \tag{3.42}$$

<u>Uwaga:</u> Podana definicja została sformułowana tylko dla pracy, ponieważ praca może być w 100% zamieniona na użyteczne ciepło, natomiast proces odwrotny nie jest możliwy.

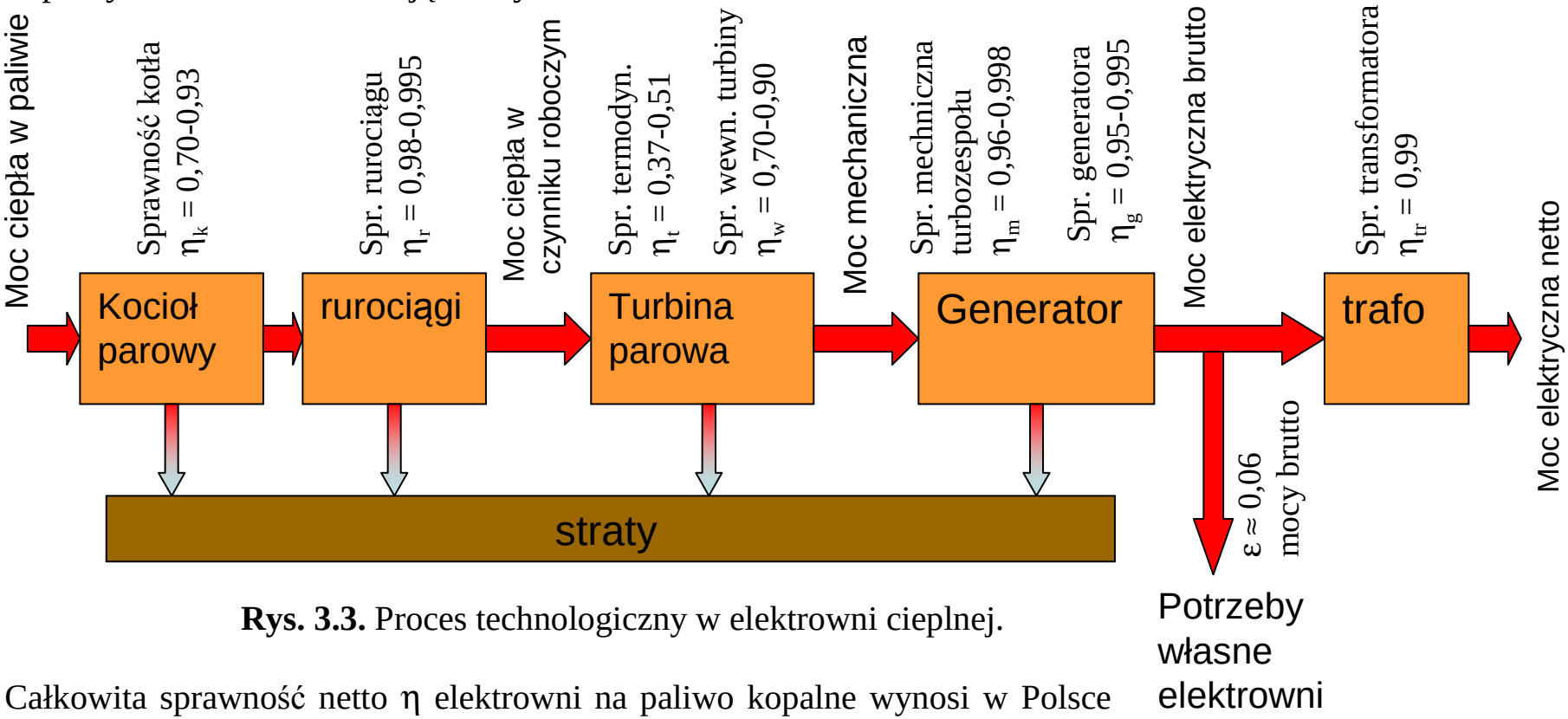
Analogicznie jak w przypadku wcześniejszych rozważań sprawności silnika cieplnego, można wykazać, że egzergia B otrzymywana z ciepła Q pobranego ze zbiornika o wysokiej temperaturze $T_\mathrm{H} > T_0$

$$B = Q\left(1 - \frac{T_0}{T_\mathrm{H}}\right), \tag{3.43}$$

gdzie T_0 oznacza temperaturę otoczenia.

3.2.2. Elektryczność

Obecnie większość energii na świecie jest wytwarzana z ciepła uzyskanego ze spalania paliw kopalnych lub z reaktorów jądrowych.



Rys. 3.3. Proces technologiczny w elektrowni cieplnej.

Całkowita sprawność netto η elektrowni na paliwo kopalne wynosi w Polsce od 30% - 43%. Elektrownie jądrowe na świecie osiągają sprawność około 33%

$$\eta = \eta_k \eta_r \eta_t \eta_w \eta_m \eta_t (1-\varepsilon)\eta_{tr}. \qquad (3.44)$$

Największe straty wynikają z zasad termodynamiki, które ograniczają sprawność zamiany ciepła na pracę. Teoretyczne maksimum dla cyklu Carnota,

$$\eta_{t,max} = 1 - \frac{T_C}{T_H}. \qquad (3.45)$$

gdzie $T_C \approx 290$K; $T_H \approx 800\ldots900$K w kotłach węglowych; do 1800 K w turbinach gazowych.

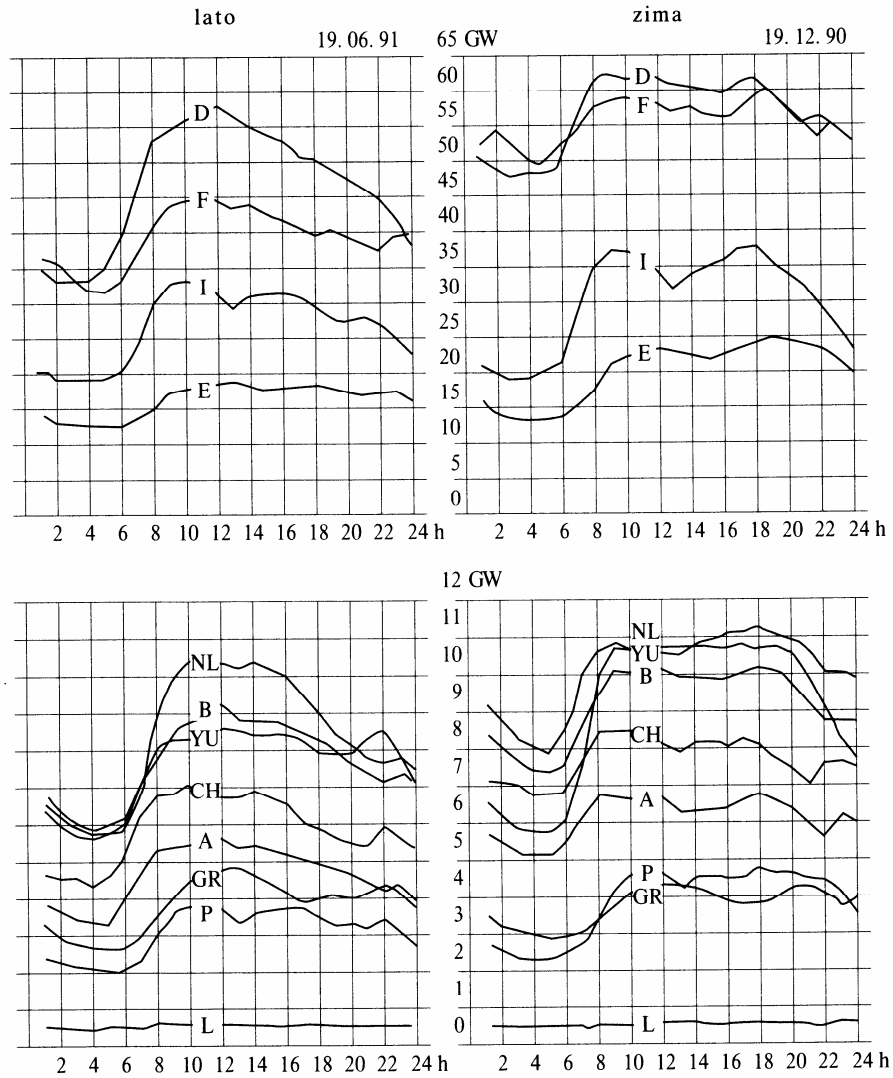
Elektryczność

Należy zdawać sobie sprawę ze zmian zapotrzebowania na energię elektryczną dzień/noc a także zima/lato. Minimalizację kosztów osiąga się przez podzielenie zapotrzebowania na:

obciążenie podstawowe – optymalnie zaspokajane przez elektrownie pracujące w sposób ciągły, które korzystają z taniego paliwa, ale mają wysokie koszty budowy,

obciążenie szczytowe – elektrownie droższe w eksploatacji, ale o niskim koszcie budowy. Przykładem są elektrownie z turbinami gazowymi (ze spalaniem wewnętrznym i zewnętrznym) na gaz naturalny. Budowa turbin gazowych jest względnie tania ale paliwo drogie.

Magazynowanie nadwyżek energii elektrycznej na wielką skalę jest obecnie nieopłacalne ale nie można wykluczyć, że stanie się przyszłością energetyki.



Rys. 3.4. Obciążenie dobowe sieci elektrycznej w kilku krajach europejskich. (źródło: *E. Boeker, R. Grondelle, Fizyka środowiska, PWN, Warszawa 2002, rys. 4.12*)

Zanieczyszczenia spowodowane spalaniem paliw kopalnych

Tlenki azotu NO i NO_2, obok węglowodorów, są główna przyczyną smogu fotochemicznego. Źródłami NO_x są:

- każdy proces spalania w powietrzu; ilość NO_x rośnie ze wzrostem temperatury,
- azot zawarty w paliwie (w węglu i ropie do 1%, w gazie naturalnym prawie nie ma).

Zapobieganie emisji NO_x polega na:

1) obniżeniu temperatury spalania, ale to obniża sprawność,
2) ograniczaniu ilości tlenu, co jednak prowadzi do zaniku tlenków stałych chroniących komorę spalania,
3) spalaniu złoża fluidalnego – rury kotła wytwornicy pary są w bezpośrednim kontakcie ze złożem (pokruszony węgiel z dodatkiem magnezu lub węglanu wapnia), co pozwala obniżyć temperaturę spalania bez obniżenia temperatury pary.

Siarka

Węgiel i ropa naftowa mogą zawierać znaczne ilości siarki. Siarkę usuwa się z emisji przez:

1) rozpylanie roztworu $CaCO_3$ w kanale spalinowym gazów (tzw. płuczki wodne), powstają duże ilości stałego szlamu (głównie $CaSO_4$).
2) złoża fluidalne są obiecujące na przyszłość.

Tlenki węgla

- Spalanie dowolnego paliwa kopalnego prowadzi do emisji CO_2. Żadne metody usuwania CO_2 z gazów spalinowych (np. magazynowanie pod ziemią) nie są obecnie szeroko stosowane.
- Tlenek węgla CO jest zawsze produkowany podczas spalania paliw z powodu równowagi

$$CO_2 \leftrightarrow CO + \tfrac{1}{2}O_2$$

Udział tlenku CO/CO_2 zależy od stosunku (liczba moli O)/(liczba moli C) oraz rośnie ze wzrostem temperatury.

Cząstki stałe

Emisja cząstek kontrolowana jest metodami technicznymi: filtrowanie, odwirowanie, rozpylanie wody w płuczce wieżowej, ładowanie (poprzez napięcie) cząstek i wyłapywanie elektrostatycznie.

Zanieczyszczenia termiczne – ze skończonej sprawności elektrowni (i innych silników cieplnych) wynika wielka ilość ciepła przekazywanego do atmosfery. Ciepło odpadowe warto wykorzystywać np. w miejscowych zakładach przemysłowych gdzie zużywa się dużo energii elektrycznej. W powodu kosztów transportu wykorzystanie ciepła odpadowego jest bardziej opłacalne w małych elektrowniach.

3.3. Energia jądrowa

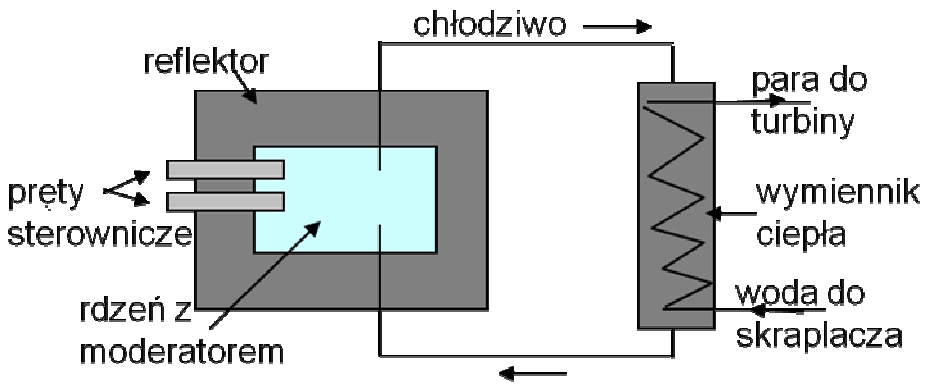
Reaktor jądrowy:

Głównym procesem w reaktorze jądrowym jest rozszczepienie ^{235}U

$$^{235}U + n(\text{powolny}) \rightarrow {}^{236}U \rightarrow X + Y + \nu n(\text{prędki}) \qquad (3.46)$$

gdzie $\nu \approx 2{,}43$. Prędkie neutrony mają energię 2 MeV. Neutrony wywołujące reakcję mają energię termiczną, np. 0,025eV dla $T = 293$ K.

Uzyskana energia wynosi około 200 MeV, z czego większość przypada na energię kinetyczną produktów rozszczepienia X i Y (np. para ^{95}Mo + ^{139}La). Energia ta szybko zamienia się na ciepło.



Rys. 3.5. Schemat reaktora jądrowego.

Moderator - spowalnia neutrony, by mogły ponownie wywołać reakcję. Zwykle stosuje się H_2O, D_2O i grafit.
Chłodziwo - odbiera ciepło i działa także jako moderator. Często stosuje się H_2O, D_2O.
Materiał rozszczepialny jest przygotowywany w postaci prętów umieszczonych w ośrodku spowalniającym.
Reflektor - utrzymuje w rdzeniu tyle neutronów ile możliwe,
Pręty sterownicze - w miarę potrzeby absorbują nadmiar neutronów, umożliwiają kompensację wypalania się uranu. Wykonywane z materiału silnie absorbującego neutrony np. bor.

(na podst.: *E. Boeker, R. Grondelle, Fizyka środowiska, PWN, Warszawa 2002, rozdział 4.5*)

Energia jądrowa

Wzbogacanie uranu

Uran występujący w przyrodzie zawiera około 99,3% ^{238}U oraz 0,7% ^{235}U. Masa krytyczna uranu niezbędna do zapoczątkowania reakcji jądrowej w układzie bez moderacji dąży do nieskończoności przy spadku koncentracji ^{235}U do 6%. Do zwiększenia koncentracji ^{235}U wykorzystuje się np. wirówki, w których na poszczególne izotopy w gazowym uranie działają różne siły odśrodkowe.

- ≥ 85% ^{235}U – do produkcji broni jądrowej,
- 12…20% ^{235}U – typowa wartość w reaktorach badawczych,
- 3…5% ^{235}U – typowa wartość w wodnych reaktorach do celów energetycznych.

Odpady promieniotwórcze

1) Zużyte paliwo jest zwykle magazynowane w urządzeniach reaktorowych w celu „schłodzenia”, tzn. zaniku izotopów o krótkich czasach życia.
2) Cześć zużytego paliwa jest przetwarzana w celu odzyskania promieniotwórczego uranu i plutonu, które są dodawane do nowego paliwa reaktora.
3) Pozostałe odpady poddaje się zestaleniu przez odparowanie cieczy i zamyka się np. w szkle. Odpady w takiej formie są składowane w formacjach geologicznych bez kontaktu ze środowiskiem (skały, słupy solne).

W przeszłości odpady promieniotwórcze składowano także na dnie Morza Arktycznego i Atlantyku. Szczególnie groźne są płytko zatopione wraki okrętów o napędzie nuklearnym.

Więcej np. w artykule: *http://wiadomosci.onet.pl/kiosk/podwodne-cmentarzyska/77k0y*

3.4. Odnawialne źródła energii

Do odnawialnych źródeł energii zaliczamy:

Energia promieniowania słonecznego:

- użyta bezpośrednio do ogrzewania,
- przetwarzanie na energię elektryczną – fotowoltaika,
- biomasa,
- energia wody (rzek i fal oceanicznych),
- cyrkulacje atmosferyczne – wiatraki.

Energia geotermalna *:

- ogrzewanie wody i budynków,
- elektrownie geotermalne.

* (lokalnie wyczerpywalna).

Energia oddziaływania Ziemia-Księżyc:

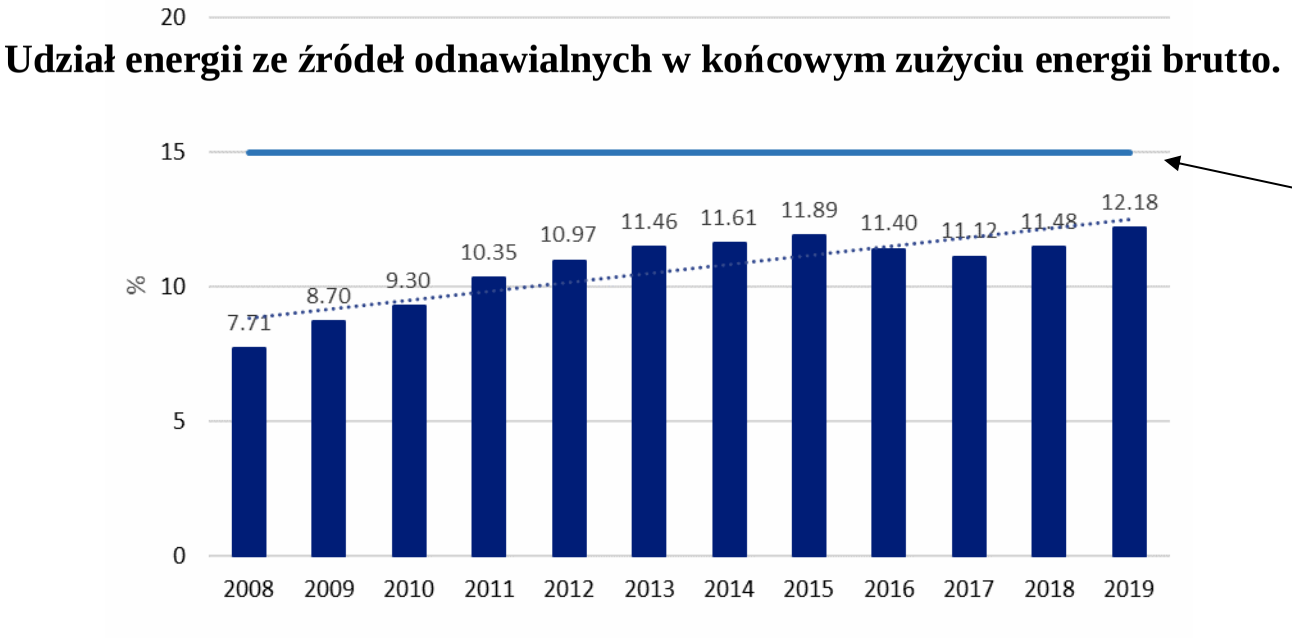
- pływy oceaniczne.

Motywacja do wykorzystania odnawialnych źródeł energii (OZE):

- redukcja emisji zanieczyszczeń i gazów cieplarnianych podczas spalania paliw kopalnych,
- wyczerpywanie zasobów paliw kopalnych,
- zobowiązania międzynarodowe, np.:
  - Zgodnie z założeniami przyjętymi przez Unię Europejską do 2020 roku 20% produkowanej energii ma pochodzić z odnawialnych źródeł energii.
  - Polska została zobowiązana przez Komisję Europejską do obniżenia pozaprzemysłowej emisji CO_2 o 7% do roku 2030 względem stanu na rok 2005.

Źródła: http://green-power.com.pl/pl/home/rynek-energetyki-wiatrowej-w-polsce-i-europie/
http://odnawialnezrodlaenergii.pl/

Udział OZE w zużyciu energii w Polsce



Dane wg. GUS,
15% w 2020 r – cel dla Polski
wyznaczony dyrektywą UE

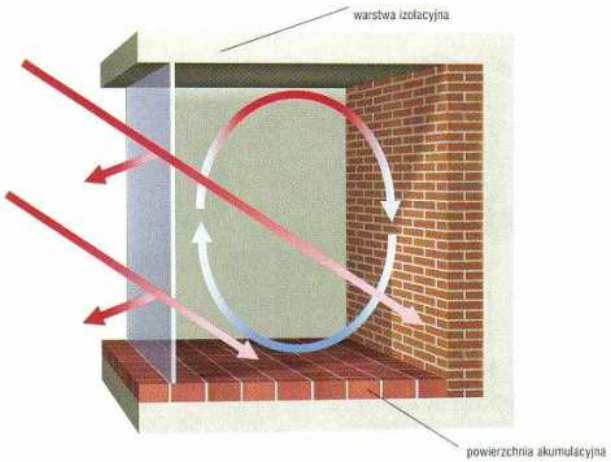
Biopaliwa stałe (głównie
drewno) ma największy wkład
w OZE

Ogrzewanie solarne

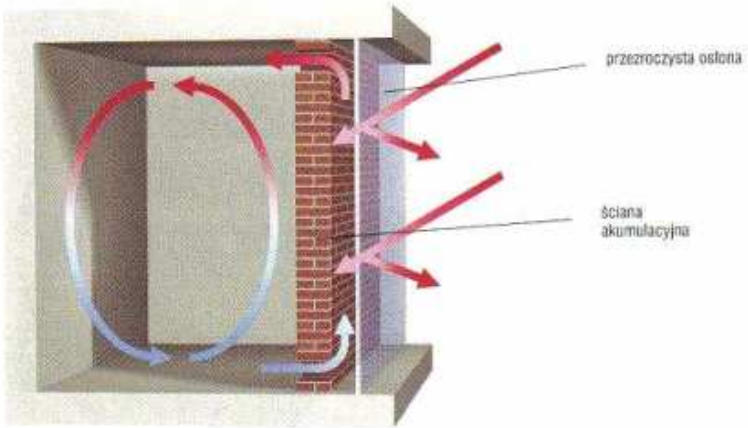
Pasywne ogrzewanie budynków

Elementy budynku są zaprojektowane do optymalnego gromadzenia, przechowywania i dystrybucji energii słonecznej w postaci ciepła.

System zysków bezpośrednich



System zysków pośrednich

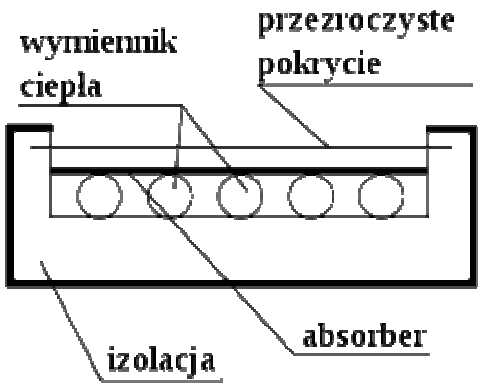


Rys. 3.6. Źródło: *Wnuk R. (2007) Instalacje w domu pasywnym i energooszczędnym, Przewodnik Budowlany 2007.*

Aktywne ogrzewanie wody i budynków

W zastosowaniach domowych korzysta się z *kolektorów słonecznych*, które ogrzewają wodę do około 80°C.

Straty ciepła w kolektorze przez przewodzenie zmniejsza się dzięki izolacji, natomiast straty ciepła przez konwekcję ogranicza się przez glazurowanie (stosując szkło lub masę plastyczną).



Rys. 3.7. Przekrój prostego kolektora słonecznego.
(źródło: *https://pl.wikipedia.org/wiki/Kolektor_słoneczny*)

Absorber jest tak poczerniony, by jego absorpcja była bliska 1 dla obszaru światła widzialnego. Dla promieniowania podczerwonego emitowanego przez absorber współczynnik absorpcji ma małą wartość, co prowadzi także do małej zdolności emisyjnej (prawo Kirchoffa).

Ogniwa fotowoltaiczne

W złączu p-n pod nieobecność oświetlenia:

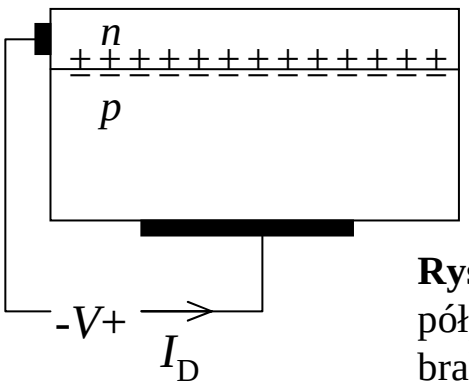
➢Różnice koncentracji powodują prąd dyfuzji nośników większościowych przez złącze i ich rekombinację, co prowadzi do powstania cienkiej warstwy podwójnej ładunku elektrycznego przy złączu. Powstała bariera potencjału $\Delta\varphi$ spowalnia prąd dyfuzji nośników większościowych

$$I_d = I_0 \exp(-e\Delta\varphi/kT). \qquad (3.47)$$

➢Ładunki mniejszościowe pochodzące ze wzbudzeń termicznych przechodzą przez złącze w kierunku pola (bez hamowania), generując tzw. prąd polowy. Prąd ten zależy jedynie od temperatury i materiału. W stanie równowagi prądy dyfuzji i polowy równoważą się.

➢Przyłożenie różnicy potencjałów V jak na rys. 3.9 powoduje zmniejszenie bariery $\Delta\varphi$ o V i w konsekwencji przepływ prądu diodowego:

$$I_D = I_0 \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - I_0. \qquad (3.48)$$



Rys. 3.8. Złącze półprzewodnikowe przy braku światła.

Foton o energii $E > E_g$ (dla krzemu przerwa wzbroniona E_g = 1,12eV) padający przez cienką warstwę n (rys.) powoduje generację pary elektron-dziura. W obszarze typu n dodatkowa dziura zwiększy prąd polowy o I_S, natomiast dodatkowy elektron nie ma znaczenia, bo w tym obszarze jest dużo elektronów. Podobny efekt daje generacja pary w obszarze typu p

$$I = I_0 \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - I_0 - I_S. \qquad (3.49)$$

Napięcie, przy którym I = 0 dla ogniwa krzemowego wynosi $V_{0S} \approx 0{,}57$V.

Przyczyny strat energii:

1) Fotony o energii $E < E_g$ nie generują par elektron-dziura. Dla krzemu E_g = 1,12eV odpowiada λ = 1100 nm (bliska podczerwień).
2) Kwant światła o energii $E > E_g$ może wygenerować tylko jedną parę elektron-dziura.
3) Maksymalne napięcie wyjściowe $V_{0S} < E_g$.
4) Rezystancja wewnętrzna ogniwa i przewodów.
5) Część fotonów nie daje efektu fotowoltaicznego.
6) Odbicie i absorpcja światła na powierzchni.

Same efekty kwantowe 1 i 2 ograniczają maksymalną sprawność fotoogniwa krzemowego do 44%. **Typowa rzeczywista sprawność wynosi 12-15%.**

Biomasa

Odpady

drewno odpadowe i o niskiej jakości,
słoma,
makuchy, wysłodki, łupiny orzechów,
odpady komunalne,
gaz wysypiskowy,
odchody zwierząt,
osady ściekowe.

Uprawy do celów energetycznych

wierzba wiciowa,
ślazowiec pensylwański,
topinambur,
róża wielokwiatowa,
rdest sachaliński,
trawy wieloletnie,
trzcina cukrowa (na etanol).

Biomasa jest wykorzystywana do: spalania oraz współspalania z paliwami kopalnymi i do produkcji biopaliw.

Zalety:

1) istniejące instalacje opalane węglem można tanio zaadaptować do współspalania biomasy (głównie drewna),
2) produkcja energii ze spalania biomasy nie jest uwarunkowana pogodą (jak wiele innych OZN),
3) współspalanie biomasy ratuje elektrownie węglowe przed zamknięciem z powodu nowych standardów.

Krytyka wykorzystania biomasy:

1) Wkład energii (głównie czerpanej ze źródeł nieodnawialnych) podczas uprawy, przetwarzania i transportu biomasy może być znaczny a nawet większy od energii pozyskanej
(źródło: *C. Smith, Environmental physics, Reutledge 2006, str. 86*).

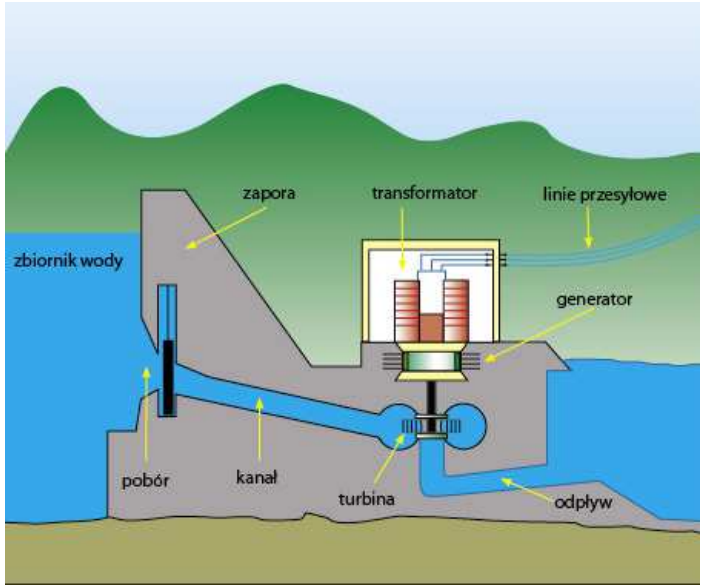
2) System subsydiów do biomasy jest kosztowny, nie dopinguje do wprowadzania nowych technologii energetycznych, a redukcja emisji CO_2 nie jest oczywista.
3) Nowe standardy w zakresie ochrony środowiska spowodowały w Europie niedobór biomasy (głównie w postaci drzewa), co doprowadziło do wzrostu cen i importu z odległych terenów (Kanada, USA, Rosja).
4) Wykorzystanie ziemi jedynie do produkcji biomasy powoduje, że ta ziemia nie będzie rodzić innych upraw, łącznie z absorpcją CO_2.
(źródło 2-4: *http://www.voxeurop.eu/pl/content/article/3658001-drewno-paliwo-przyszlosci-naprawde*)

Energia wód rzecznych

Energia potencjalna wody

W elektrowniach wodnych umiejscowionych na zaporach potencjalna energia wody *mgh* jest zamieniana w turbinie z generatorem na energię elektryczną. Przy gęstości wody ρ = 1000 kg/m^3 i przepływie *Q* [m^3/s] moc wody:

$$P = \rho g h Q \text{ [J/s]} \approx 10\, hQ \text{ [kW]}\,. \qquad (3.50)$$



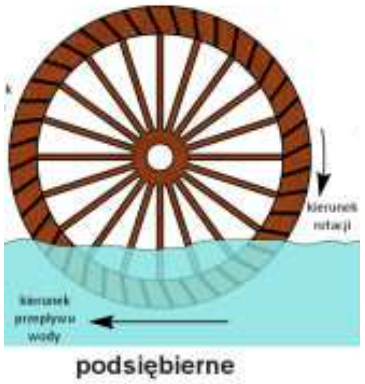
Rys. 3.9. Budowa elektrowni wodnej.
(źródło: *http://agroenergetyka.pl/?a=article&id=119*)

Sprawność dużych hydroelektrowni przekracza 90%.

Energia kinetyczna wody

W małych elektrowniach można zamieniać część energii kinetycznej rzeki na energie ruchu obrotowego i następnie na energię elektryczną. Dla rzeki o prędkości *u* i wykorzystanym przepływie *Q* [m^3/s]:

$$P = \tfrac{1}{2}\, Q\rho u^2 \approx \tfrac{1}{2}\, Q u^2 \text{ [kW]}. \qquad (3.51)$$



Rys. 3.10. Budowa koła wodnego wykorzystującego energię kinetyczną wody w rzece. (źródło: *http://zielonaenergia.eco.pl/index.php?option=com_content&view=article&id=161:historia-wykorzystania-energii-wody&catid=50:woda&Itemid=216*)

Energia wód oceanicznych/morskich

Energia pływów oceanicznych

Elektrownia pływowa składa się z zapory zamykającego ujście rzeki, tak że, ujście może być wypełniane podczas przypływu oceanu oraz opróżniane w czasie odpływu. Stosowane turbiny są podobne do tych w hydroelektrowniach rzecznych.

Masa wody gromadzonej w jednym cyklu pływów:

$$m = \rho S R, \qquad (3.52)$$

S – powierzchnia gromadzenia wody,
R – różnica poziomów wody przypływ-odpływ.

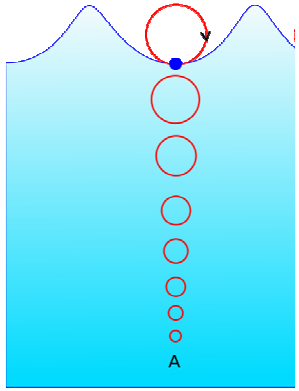
Maksymalna teoretyczna energia dostępna w jednym cyklu pływów:

$$E_p\,[\mathrm{J}] = mgh = (\rho S R) g (\tfrac{1}{2} R) = \tfrac{1}{2}\rho S g R^2. \qquad (3.53)$$

Na otwartym ocenie pływy są niewielkie $R \approx 0{,}5$ m. Zjawisko rezonansu wody w zatokach może znacznie zwiększyć zakres pływów – światowe maksimum wynosi 11 metrów dla portu w Bristol (Wielka Brytania).

Energia fal

Fale na oceanie są wywoływane głównie przez wiatr. Energia w fali jest ciągle zamieniana z potencjalnej na kinetyczną i odwrotnie. Falowanie zanika stopniowo ze wzrostem głębokości pod powierzchnia wody



Rys. 3.11. Falowanie wody. (źródło: *https://pl.wikipedia.org/wiki/Falowanie*)

Moc fali w głębokiej wodzie oceanicznej o gęstości ρ przypadająca na 1 m czoła fali

$$P = \frac{\rho g^2 H^2 T}{32\pi} \approx 1000\, H^2 T \left[\frac{W}{m}\right]. \qquad (3.54)$$

gdzie: H [m] – wysokość fali, T [s] – okres fali. Przy wartościach typowych dla Atlantyku H=3m i T=9 s otrzymujemy 81 kW/m, co jest bardzo atrakcyjnym źródłem energii.

(na podstawie: *C. Smith, Environmental physics, Reutledge 2006, str. 65-69*).

Energia wiatru

Moc wiatru przepływającego przez wiatrak:

$$P = \frac{1}{2}\frac{m}{t}v^2 = \frac{1}{2}(Sv\rho\cos\beta)v^2 = \frac{1}{2}S\rho v^3\cos\beta, \qquad (3.55)$$

gdzie: m/t – masa wiatru na jednostkę czasu, S – pole obszaru zataczanego przez śmigła,
v – wartość prędkość wiatru, $\rho \approx 1{,}2$ kg/m^3 – gęstość powietrza,
β – kąt między wektorem **v** a osą wirnika.

Wniosek: z zależności $P \sim v^3$ wynika, że turbiny wiatrowe powinny być stawiane tylko w szczególnie wietrznych miejscach.

W rzeczywistych turbinach można wykorzystać tylko część energii kinetycznej wiatru (typowo 40%), bo: wiatr za turbiną nadal wieje, występują porywy wiatru i turbulencje. Ponadto każda turbina ma swoją maksymalną moc i zbyt silne wiatry nie mogą być wykorzystane (ryzyko uszkodzenia).

Zalety elektrowni wiatrowych:

- Niewyczerpywalne, czyste źródło energii.
- Szybkość montażu.
- Niskie koszty eksploatacji i obsługi.
- Przyległe tereny mogą być wykorzystywane przez rolnictwo.

Problemy:

- Ze względu na zmienność wiatru konieczne jest utrzymywanie rezerw energii z innych źródeł. Średnia moc generowana przez elektrownię wiatrową wynosi około 30…40% jej mocy maksymalnej. Rozpalanie i wygaszanie elektrowni węglowych powoduje większą emisję CO_2 na MW, niż nieprzerwana praca.
- Hałas o niskich częstotliwościach.
- Zagrożenie dla przelatujących ptaków.
- Wysokie koszty inwestycji i problemy z uzyskaniem pozwolenia na budowę.

Energia geotermalna

Temperatura Ziemi rośnie z głębokością a średni gradient temperatury pod powierzchnią Ziemi wynosi 25…30°C/km, co jest wartością niewystarczająca do opłacalnej eksploatacji. Lokalnie występują jednak znacznie większe gradienty, np. na Podhalu.

Źródłem energii geotermalnej są:

80% - rozpad promieniotwórczy izotopów potasu ^{40}K, uranu ^{238}U i ^{235}U oraz toru ^{232}Th, który zachodzi w płaszczu (warstwa o grubości ok. 2900km pomiędzy jądrem Ziemi a skorupą, czyli najbardziej zewnętrzną warstwą),

20% - kontrakcja geotermalna w okresie formowania planety.

Energia geotermalna jest wykorzystywana do:

- ogrzewania wody i budynków,
- w elektrowniach geotermalnych.

Polska posiada bogate zasoby wód geotermalnych ale o niskiej temperaturze do 120°C. Wykorzystanie tych wód dla produkcji prądu elektrycznego jest problematyczne.

Obecnie wody geotermalne w Polsce są wykorzystywane tylko w siedmiu lokalnych zakładach ciepłowniczych.

Rys. 3.12. Geotermalne zakłady ciepłownicze w Polsce (źródło: *http://www.pga.org.pl/*)

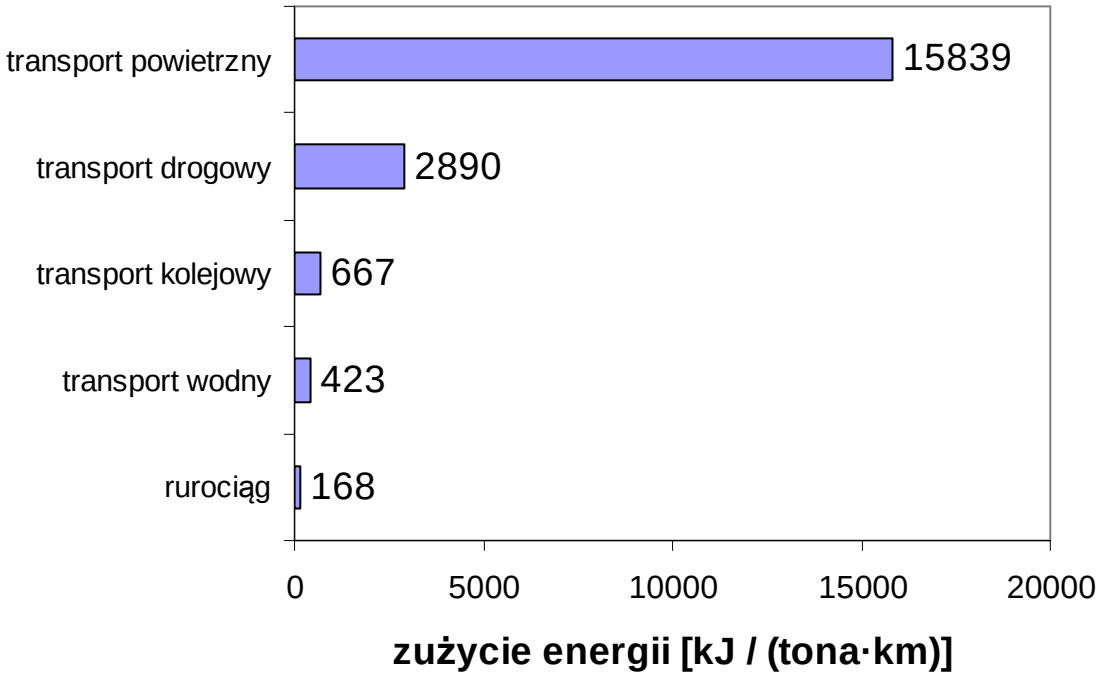
Problemy:

1) Ograniczona liczba miejsc zapewniających opłacalną eksploatację.
2) Duże nakłady inwestycyjne na budowę instalacji.
3) Proces odnawiania złoża jest znacznie wolniejszy od tempa eksploatacji, co prowadzi do lokalnego spadku temperatury pobieranej wody (w skali globalnej zasoby są jednak praktycznie niewyczerpane).
4) Konieczność pochłaniania siarkowodoru występującego w złożach hydrotermalnych.
5) Promieniotwórczy radon wydobywa się razem z parą ze studni geotermalnej (problem nie rozwiązany).

3.5. Efektywne wykorzystanie energii

„Najtańsza energia to ta, której nie zużyjemy”.

Transport pochłania około 35% energii zużywanej w krajach uprzemysłowionych i ten udział ma tendencję wzrostową. Różne środki transportu mają bardzo zróżnicowaną efektywność energetyczną, aczkolwiek ich bezpośrednie porównanie jest utrudnione ze względu na różne prędkości, typowe dystanse i dostępność infrastruktury.



Rys. 3.13. Efektywność energetyczna różnych form transportu towarowego.
(źródło danych: *C. Smith, Environmental physics, Reutledge 2006, Table 2.5*).

Zadania do modułu 3 (materiał nieobowiązkowy)

1. Ceglana ściana pieca z przewodnością cieplną k = 0,72 $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ i powierzchniową względną zdolnością emisyjną ϵ = 0,8 ma grubość 0,15 m. Temperatura jej zewnętrznej powierzchni jest stała i równa 110°C; współczynnik swobodnej konwekcji w powietrzu wynosi h = 20$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$, a temperatura otoczenia 20°C. Oblicz wewnętrzną temperaturę cegły. (Odp.: 619°C).

2. Szklane okno ma 5 mm grubości i przewodność cieplną k = 1,4 $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$. Jego wewnętrzna powierzchnia ma temperaturę 25°C, a zewnętrzna 5°C. Oblicz opór cieplny i stratę ciepła (wyrażoną w [W]) przez przewodzenie dla okna o powierzchni 3 m^2.

3. Okno o podwójnym oszkleniu składa się z dwóch warstw szkła o grubości 2 mm z 4 mm przerwą między nimi. Oszacuj grubość okna szklanego o tym samym oporze cieplnym (Odp.: 21,9 cm). Oblicz stratę ciepła przez przewodzenie dla okna o powierzchni 3 m^2, temperaturze wewnętrznej 20°C i zewnętrznej 5°C. Przewodność cieplna dla szkła i powierza wynosi odpowiednio k_s = 1,4 i k_p = 0,026 $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$.

4. Rozważ półnieskończoną betonową ścianę podlegającą dziennym zmianom temperatury. Oblicz głębokość tłumienia (odp. 0,14 m) oraz czas opóźnienia (27,7 h). Przeprowadź te same obliczenia dla rocznego cyklu zmian. Współczynnik Fouriera dla betonu $6{,}92 \cdot 10^{-7}$ $m^2 s^{-1}$.

5. Na jakiej głębokości w ziemi powinna być zakopana rura z wodą, aby nigdy nie zamarzła? Oblicz tę wartość dla gleby o średniej temperaturze rocznej $T_{śr}$ = 10°C i amplitudzie rocznych wahań 14°C (Odp. 0,40 m). Współczynnik Fouriera dla gleby $1{,}38 \cdot 10^{-7}$ $m^2 s^{-1}$.

Zadania do modułu 3 – c.d.

6. Rozważ betonową podłogę o temperaturze T_0 = 0°C. W chwili t = 0 na powierzchni panuje temperatura T_1. Oblicz czas, po którym na głębokości 0,5m zmiana temperatury zacznie być mierzalna, czyli kiedy zmieni się o 1% (Odp. 7,6 h). Współczynnik Fouriera dla betonu $6{,}92 \cdot 10^{-7}$ m^2s^{-1}.

7. Ludzki język ma wartość współczynnika kontaktu b równą 1400 jednostek i temperaturę 37°C. Porównaj temperatury kontaktu z poręczą żelazną i z poręczą wykonaną z miękkiego drewna jeśli obie mają temperaturę –5°C. W jakim przypadku język przymarznie? (b_d = 290, $b_ż$ = 17000)

8. Utrzymanie stałej temperatury 20°C w pewnym pomieszczeniu przy użyciu ogrzewania elektrycznego wymaga prądu o mocy ciągłej 2000 W. Ile wynosi najmniejsza możliwa moc konieczna do uzyskania tego samego efektu przy użyciu pompy ciepła pobierającej ciepło z podziemnego wymiennika ciepła o stałej temperaturze 0°C?

K O N I E C