

Temat 8. Zastosowanie światła laserowego do pomiarów wybranych właściwości optycznych monokryształów i cieczy

8.1. Pomiar naturalnej dwojłomności liniowej

Ośrodek absorbujący niedichroiczny, liniowy jest opisany macierzą Jonesa (tabela 7.1) [6]

$$\mathbf{J} = T \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha_f + \sin^2 \alpha_f e^{-i\Gamma} & \sin \alpha_f \cos \alpha_f (1 - e^{-i\Gamma}) \\ \sin \alpha_f \cos \alpha_f (1 - e^{-i\Gamma}) & \sin^2 \alpha_f + \cos^2 \alpha_f e^{-i\Gamma} \end{bmatrix} \quad (7.9b)$$

Rozważmy układ pomiarowy złożony kolejno z:

- 1) doskonałego polaryzatora liniowego o azymucie α ,
- 2) ośrodka liniowo dwojłomnego wprowadzającego szukaną różnicę faz Γ , przy czym
 - a) ośrodek jest niedichroiczny, tzn. $T_f = T_s = T$,
 - b) orientacja fali szybszej w ośrodku jest z góry znana i oś x wybrano w tej płaszczyźnie,
- 3) doskonałego analizatora liniowego o azymucie θ ,
- 4) oraz fotodetektora natężenia przechodzącego światła.

Wektor Jonesa fali przechodzącej $\boldsymbol{\varepsilon}$:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma} \end{bmatrix} |\varepsilon_0| \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} = \\ &= T |\varepsilon_0| \begin{bmatrix} \cos^2 \theta \cos \alpha + \sin \theta \cos \theta \sin \alpha e^{-i\Gamma} \\ \sin \theta \cos \theta \cos \alpha + \sin^2 \theta \sin \alpha e^{-i\Gamma} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (8.1)$$

c.d. Pomiar naturalnej dwojłomności liniowej

$$\boldsymbol{\varepsilon} = T|\varepsilon_0| \begin{bmatrix} \cos^2 \theta \cos \alpha + \sin \theta \cos \theta \sin \alpha e^{-i\Gamma} \\ \sin \theta \cos \theta \cos \alpha + \sin^2 \theta \sin \alpha e^{-i\Gamma} \end{bmatrix}. \quad (8.1)$$

Stąd, natężenie przechodzącego światła określone jako $I = |\varepsilon_x|^2 + |\varepsilon_y|^2$

$$I = T^2 I_0 \left[\cos^2(\theta - \alpha) - \sin(2\theta) \sin(2\alpha) \sin^2 \frac{\Gamma}{2} \right], \quad (8.2)$$

gdzie $I_0 = |\varepsilon_0|^2$ jest natężeniem światła bezpośrednio za polaryzatorem.

W optymalnych warunkach pomiaru różnica faz Γ ma największy wpływ na natężenie I , co odpowiada $\alpha = \pm 45^\circ$ i $\theta = \pm 45^\circ$. Istnieją zatem dwie nierównoważne optymalne konfiguracje odpowiadające równoległej oraz prostopadłej orientacji analizatora względem polaryzatora.

Można wyznaczyć:

$$\sin^2 \frac{\Gamma}{2} = \frac{I_\perp}{I_\parallel + I_\perp}, \quad \cos \Gamma = \frac{I_\parallel - I_\perp}{I_\parallel + I_\perp}, \quad (8.3)$$

gdzie:

- natężenie I_\parallel zmierzono przy $\theta = \alpha = \pm 45^\circ$,
- natężenie I_\perp zmierzono przy $\theta = -\alpha = \pm 45^\circ$.

Wnioski:

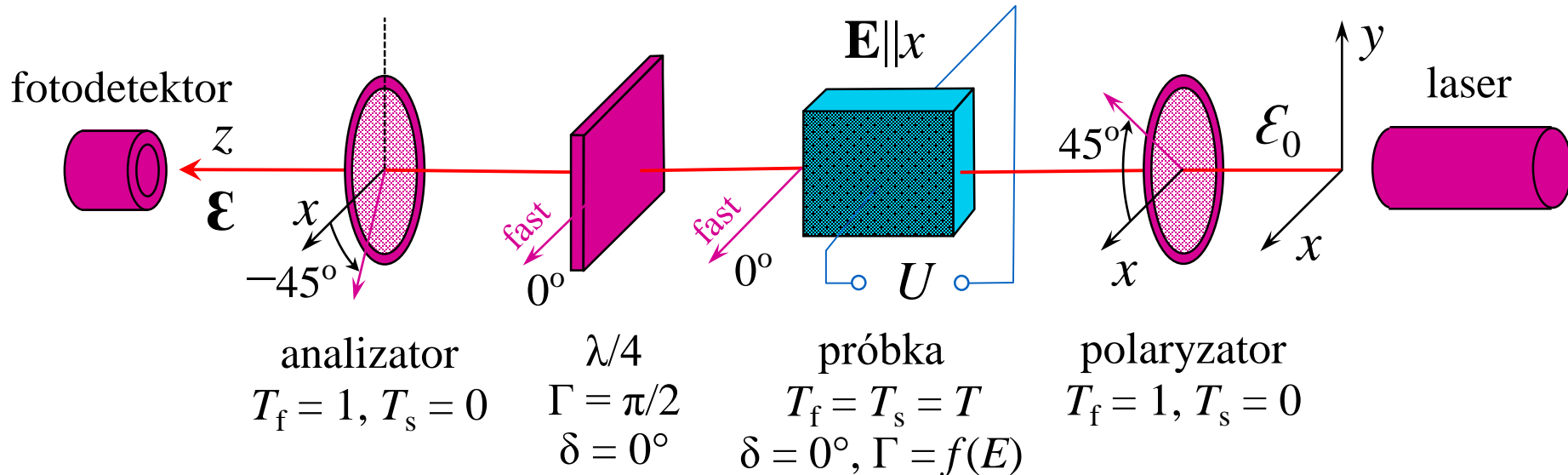
- metoda jest najmniej dokładna dla wartości Γ bliskich 0° , dla których $\cos \Gamma \approx 1$,
- metoda osiąga najlepszą dokładność dla wartości Γ bliskich 90° .

8.2. Pomiar efektów elektrooptycznych [a,b]

8.2.1. Klasyczny układ do pomiarów elektrooptycznych

Całkowita dwójłomność ośrodka w zewnętrznym polu elektrycznym $\Gamma = \Gamma_0 + \Delta\Gamma(E)$. Jeżeli dwójłomność naturalna nie występuje ($\Gamma_0 = 0$), to układ z poprzedniego rozdziału prowadzi do bardzo słabej i nieliniowej zależności I od $\Gamma(E)$.

Wniosek: należy wprowadzić dodatkową liniową płytkę ćwierćfalową.



Rys. 8.1. Klasyczna konfiguracja układu do pomiaru efektów elektrooptycznych.

Możliwe są dwa warianty azymutu analizatora $\pm 45^\circ$. Wektor Jonesa światła przechodzącego

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix} T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma} \end{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} |\varepsilon_0| \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (8.4)$$

gdzie górne znaki „+” dotyczą analizatora o azymucie $+45^\circ$, a dole „-” dotyczą -45° .

c.d. klasyczny układ do pomiarów elektrooptycznych

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix} T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma} \end{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} |\varepsilon_0| \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8.4)$$

Stąd, natężenie przechodzącego światła

$$I = |\varepsilon_x|^2 + |\varepsilon_y|^2 = \frac{1}{2} |\varepsilon_0|^2 T^2 (1 \mp \sin \Gamma), \quad (8.5)$$

W celu usunięcia zależności od ε_0 i T wyznacza się względną zmianę natężenia światła pod wpływem przyłożonego pola elektrycznego E . Przyjmując $\Gamma_0 = 0$ i $\Gamma \ll 1$ otrzymujemy

$$\frac{I(E) - I(0)}{I(0)} = \mp \sin \Gamma(E) \approx \mp \Gamma(E). \quad (8.6)$$

Zalety metody: prostota.

Wady metody:

1. Metoda jest odpowiednia tylko do próbek $\Gamma_0 = 0$ i wykazuje dużą wrażliwość na odchylenia od tego założenia, np. z powodu dwójłomności kuwety, w której umieszczono próbkę.
2. Niedokładność różnicy faz w płytce ćwierćfalowej powoduje obniżenie dokładności pomiaru w takim samym stopniu jak odchylenie od założenia $\Gamma_0 = 0$.
3. Trudno wyznaczyć poprawkę na niepełną interferencję, która prowadzi do osłabienia wpływu zmian Γ : $I = \frac{1}{2} |\varepsilon_0|^2 T^2 (1 \mp C \sin \Gamma)$, $C < 1$.

c.d. klasyczny układ do pomiarów elektrooptycznych

Natężenie przechodzącego światła

$$I = |\mathcal{E}_x|^2 + |\mathcal{E}_y|^2 = \frac{1}{2} |\mathcal{E}_0|^2 T^2 (1 \mp \sin \Gamma), \quad (8.5)$$

Przykład 8.1

W celu ilościowego opisu wady z pkt. 1 rozważmy próbkę, dla której

$$\Gamma = \Gamma_0 + \Delta\Gamma(E), \quad \text{gdzie } \Gamma_0 \neq 0 \text{ i } \Delta\Gamma(E) \ll 1. \quad (8.7)$$

Podstawienie różnicy faz (8.7) do wzoru (8.5) prowadzi do

$$I = \frac{1}{2} |\mathcal{E}_0|^2 T^2 [1 \mp \sin(\Gamma_0 + \Delta\Gamma)] \approx \frac{1}{2} |\mathcal{E}_0|^2 T^2 [1 \mp \sin(\Gamma_0) \mp \Delta\Gamma \cos \Gamma_0]. \quad (8.8)$$

Stąd, względna zmiana

$$\frac{I(E) - I(0)}{I(0)} \approx \mp \frac{\cos \Gamma_0}{1 \mp \sin \Gamma_0} \Delta\Gamma(E). \quad (8.9)$$

Przykładowo, jeżeli niezamierzona różnica faz wynosi $\Gamma_0 = 5^\circ \approx 0,105$ rad, to

$$\frac{\cos \Gamma_0}{1 \mp \sin \Gamma_0} = \begin{cases} 1,11 & \text{dla znaku } -, \\ 0,90 & \text{dla znaku } +. \end{cases}$$

Nieznana wartość Γ_0 i użycie uproszczonego wzoru (8.6) przekładają się na błąd metody pomiarowej od -10% do $+11\%$ przy $\Gamma_0 = 5^\circ$ i błąd rośnie szybko ze wzrostem wartości Γ_0 .

Problem 4 do przećwiczenia

Założmy, że:

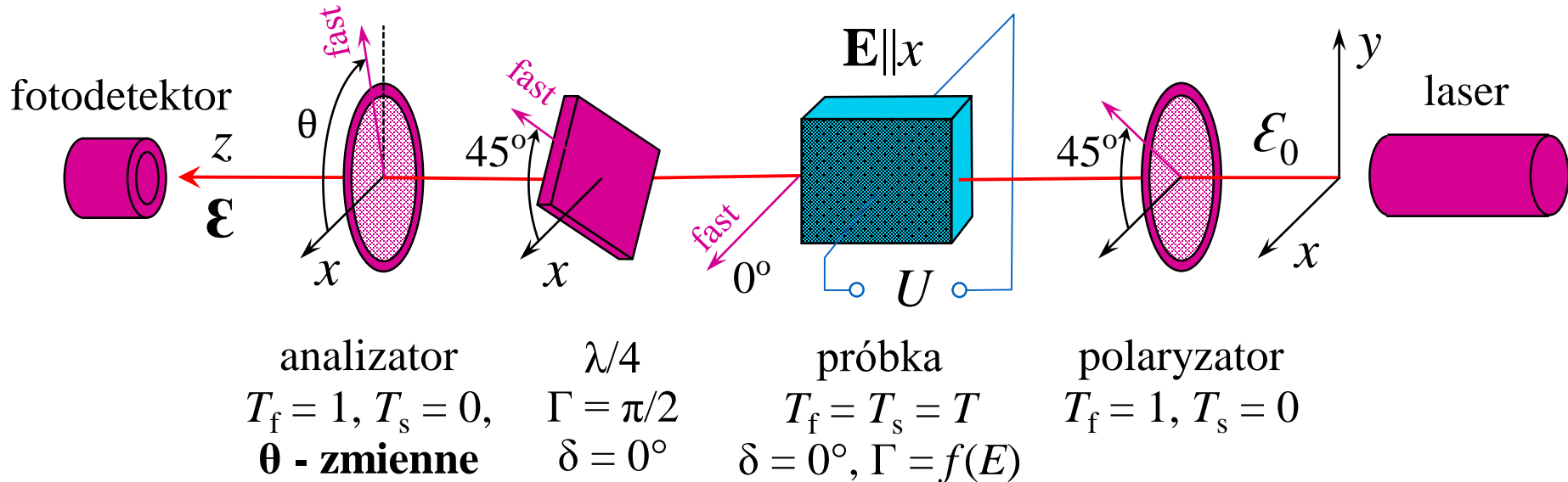
- 1) całkowita dwójłomność ośrodka w polu elektr. $\Gamma = \Gamma_0 + \Delta\Gamma(E)$ i $\Gamma_0 \neq 0$,
- 2) wykonano pomiary w układzie z rys. 8.1 dla obu azymutów analizatora $+45^\circ$ i -45° otrzymując wyniki:
 - a) $I^+(E)$ i $I^+(0)$ dla azymutu $+45^\circ$ oraz
 - b) $I^-(E)$ i $I^-(0)$ dla azymutu -45° .

Czy możliwe jest całkowite wyeliminowanie wpływu nieznanej wartości $\Gamma_0 \neq 0$ w celu dokładnego obliczenia $\Delta\Gamma(E)$?

8.2.2. Układ w konfiguracji Sénarmonte

Cechami charakterystycznymi konfiguracji Sénarmonte są:

- możliwość dowolnego ustawiania orientacji analizatora,
- kąt $\pm 45^\circ$ pomiędzy azymutem fali szybszej w próbce i azymutem płytki ćwierćfalowej.



Rys. 8.2. Przykładowy układ do pomiarów elektrooptycznych w konfiguracji Sénarmonte.

Dla jednego z wariantów, w którym polaryzator i płytka ćwierćfalowa mają azymut 45°

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 - i & 1 + i \\ 1 + i & 1 - i \end{bmatrix} T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma} \end{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} |\boldsymbol{\varepsilon}_0| \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (8.10)$$

c.d. Układ w konfiguracji Sénarmonte

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 - i & 1 + i \\ 1 + i & 1 - i \end{bmatrix} T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma} \end{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} |\varepsilon_0| \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (8.10)$$

Stąd, natężenie przechodzącego światła

$$I = |\varepsilon_x|^2 + |\varepsilon_y|^2 = \frac{1}{2} |\varepsilon_0|^2 T^2 [1 + \sin(2\theta + \Gamma)]. \quad (8.11)$$

Uwzględniając dodatkowo częściową interferencję dwóch fal własnych

$$I = |\varepsilon_x|^2 + |\varepsilon_y|^2 = \frac{1}{2} |\varepsilon_0|^2 T^2 [1 + C \sin(2\theta + \Gamma)], \text{ gdzie } C \leq 1. \quad (8.12)$$

Procedura pomiarowa:

- 1) zmieniając orientację analizatora θ wyznaczyć wartość minimalną I_{\min} i wartość maksymalną I_{\max} natężenia I ,
- 2) ustawić analizator w pozycji θ odpowiadającej średniej wartości natężenia światła $I(\theta) = I_{\text{sr}} = \frac{1}{2}(I_{\max} - I_{\min})$ przy wyłączonym polu elektrycznym, co odpowiada $2\theta + \Gamma_0 = 0$,
- 3) wyznaczyć zmianę natężenia I spowodowaną załączeniem pola elektrycznego E względem zakresu zmian I przy obrocie analizatora

$$\frac{I(E) - I(0)}{I_{\max} - I_{\min}} = \frac{1}{2} \sin \Delta\Gamma(E) \approx \frac{1}{2} \Delta\Gamma(E). \quad (8.13)$$

8.2.3. Pomiary przy zmianie azymutu fali szybszej w próbce

W przypadku pomiarów liniowego efektu elektrooptycznego w próbce nie wykazującej naturalnej dwójłomności, azymut fali szybszej ulega zmianie o 90° przy zmianie zwrotu przyłożonego pola \mathbf{E} (jak w dalszym przykładzie 8.2 - pomiar wsp. r_{63}).

Macierz Jonesa opisująca kryształ w obu przypadkach $\alpha_f = 0^\circ$ i 90° :

$$\mathbf{J} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma} \end{bmatrix}, & \text{dla } \alpha_f = 0^\circ, \\ \begin{bmatrix} e^{-i\Gamma} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = e^{-i\Gamma} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{+i\Gamma} \end{bmatrix}, & \text{dla } \alpha_f = 90^\circ. \end{cases} \quad (8.14)$$

Wniosek: pomijając wyraz skalarny $e^{-i\Gamma}$, obrót azymutu o 90° daje taki sam efekt jak zmiana dodatniego znaku różnicy faz Γ na znak ujemny.

Stąd, przykładowy wzór (8.6) dotyczący układu z rys. 8.1, gdzie $\alpha_f = 0^\circ$

$$\frac{I(E) - I(0)}{I(0)} = \mp \sin \Gamma(E) \approx \mp \Gamma(E). \quad (8.6)$$

można uogólnić do postaci

$$\frac{I(E) - I(0)}{I(0)} = \mp a \sin \Gamma(E) \approx \mp a \Gamma(E). \quad (8.15)$$

gdzie $a = +1$ dla $\alpha_f = 0^\circ$ albo $a = -1$ dla $\alpha_f = 90^\circ$.

8.2.4. Oddzielanie kwadratowego efektu elektrooptycznego od efektu liniowego

Wiele grup kryształów wykazuje jednocześnie liniowy i kwadratowy efekt elektrooptyczny. Ponieważ efekt kwadratowy jest o kilka rzędów wielkości słabszy od efektu kwadratowego:

- mierząc efekt liniowy można zaniedbać wkład efektu kwadratowego,
- pomiary efektu kwadratowego są prowadzone wyłącznie dla takich kombinacji kierunku światła i kierunku przyłożonego pola elektrycznego, w których efekt kwadratowy jest teoretycznie wygaszony.

Przykładowo dla grupy symetrii $\bar{4}2m$, do której należą m.in. kryształy KDP (KH_2PO_4), ADP ($\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$), oraz RDP (RbH_2PO_4), elementy symetrii determinują postać tensorów:

$B_{ij}(E=0)$	r_{ij}	q_{ij}	
$\begin{bmatrix} n_o^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & n_o^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & n_e^{-2} \end{bmatrix},$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{bmatrix},$	$\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ q_{12} & q_{11} & q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ q_{31} & q_{31} & q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{66} \end{bmatrix}.$	(8.16)

Wnioski:

- obserwacja wpływu współczynnika r_{63} wymaga pola $\mathbf{E} = (0, 0, E)$,
- kombinacja współcz. q_{11} i q_{31} – pole przyłożone w kierunku $(E, 0, 0)$ albo $(0, E, 0)$.

c.d. Oddzielanie kwadratowego efektu elektrooptycznego od efektu liniowego

Przykład 8.2 – konfiguracja do pomiaru współczynnika r_{63}

Rozważmy pole elektryczne w kryształ KDP w kierunku $\mathbf{E} = (0, 0, E)$ i światło $\mathbf{s} = (0, 0, 1)$. Tensor nieprzenikalności $[B]$ w układzie osi krystalograficznych XYZ

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{22} \\ B_{33} \\ B_{23} \\ B_{13} \\ B_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_o^{-2} + q_{13}E^2 \\ n_o^{-2} + q_{13}E^2 \\ n_e^{-2} + q_{33}E^2 \\ 0 \\ 0 \\ r_{63}E \end{bmatrix}. \quad (8.17)$$

Podstawiając składowe tensora (8.17) do (5.30) i (5.31) otrzymujemy

$$n_f = \sqrt{\frac{2}{B_{11} + B_{22} + \sqrt{(B_{11} - B_{22})^2 + 4B_{12}B_{21}}}} = \sqrt{\frac{1}{n_o^{-2} + q_{13}E^2 + |r_{63}E|}} \approx n_o - \frac{1}{2}n_o^3|r_{63}E|, \quad (8.18)$$

$$n_s = \sqrt{\frac{2}{B_{11} + B_{22} - \sqrt{(B_{11} - B_{22})^2 + 4B_{12}B_{21}}}} = \sqrt{\frac{1}{n_o^{-2} + q_{13}E^2 - |r_{63}E|}} \approx n_o + \frac{1}{2}n_o^3|r_{63}E|, \quad (8.19)$$

skąd wynika różnica faz fali wolniejszej i szybszej

$$\Gamma = \frac{2\pi L}{\lambda} (n_s - n_f) \approx \frac{2\pi L}{\lambda} n_o^3 |r_{63}E|. \quad (8.20)$$

c.d. Oddzielanie kwadratowego efektu elektrooptycznego od efektu liniowego

Kąt przekątnej fali szybszej wynikający z podstawienia wzoru (8.17) do (5.40)

$$B_{11} = B_{22}; B_{12} = r_{63} E \quad (8.17)$$

$$\sin \beta_f = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{B_{22} - B_{11}}{\sqrt{(B_{11} - B_{22})^2 + 4B_{12}B_{12}^*}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \beta_f = 45^\circ, \quad (8.21)$$

zaś różnica faz składowej \mathcal{E}_x do \mathcal{E}_y fali szybszej wynikająca z podstawienia (8.17) do (5.42)

$$\cos \delta_f = \frac{\text{Re}[B_{12}]}{|B_{12}|} = \text{sgn}(r_{63}E) \Rightarrow \delta_f = \begin{cases} 180^\circ & \text{dla } r_{63}E < 0, \\ 0^\circ & \text{dla } r_{63}E > 0, \end{cases} \quad (8.22)$$

co oznacza, że azymut fali szybszej

$$\alpha_f = \begin{cases} -45^\circ & \text{dla } r_{63}E < 0, \\ +45^\circ & \text{dla } r_{63}E > 0. \end{cases} \quad (8.23)$$

Wniosek: Pomiar współczynnika r_{63} w konfiguracji przedstawionej na rys. 8.1 albo 8.2 wymaga obrócenia osi krystalograficznej X o kąt $\pm 45^\circ$ względem osi x w celu otrzymania azymutów fali szybszej 0° i 90° . Przykładowo, po obróceniu osi X o kąt $+45^\circ$ wzór (8.15) przyjmuje postać

$$\frac{I(E) - I(0)}{I(0)} \approx \pm \frac{2\pi L}{\lambda} n_o^3 r_{63} E, \quad (8.24)$$

gdzie górny znak „+” dotyczy analizatora o azymucie $+45^\circ$, a dolny „-” azymutu -45° .

c.d. Oddzielanie kwadratowego efektu elektrooptycznego od efektu liniowego

Przykład 8.3 – konfiguracja do pomiaru kombinacji współczynników g_{11} i g_{31}

Z analizy tensora $[q_{ij}]$ (8.16) wynika, że konieczne jest przyłożenie pola w kierunku $\mathbf{E} = (E, 0, 0)$ albo $\mathbf{E} = (0, E, 0)$. Wybierając wariant $\mathbf{E} = (E, 0, 0)$ otrzymujemy

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{22} \\ B_{33} \\ B_{23} \\ B_{13} \\ B_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{XX} \\ B_{YY} \\ B_{ZZ} \\ B_{YZ} \\ B_{XZ} \\ B_{XY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_o^{-2} + q_{11}E^2 \\ n_o^{-2} + q_{12}E^2 \\ n_e^{-2} + q_{31}E^2 \\ r_{41}E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8.25)$$

Biorąc pod uwagę postać wzorów n_f (5.30) i n_s (5.31), musimy zaproponować transformację z układu osi krystalograficznych XYZ do układu xyz , w którym: $z \parallel \mathbf{s}$ i składowe B_{11} i B_{33} w XYZ stają się B_{11} i B_{22} w xyz . Taką transformacją jest np. obrót wokół osi $X = x$ o kąt -90° :

$$\begin{aligned} B_{xx} &= B_{XX} = n_o^{-2} + q_{11}E^2, \\ B_{yy} &= B_{ZZ} = n_e^{-2} + q_{31}E^2, \\ B_{xy} &= -B_{XZ} = 0, \\ \mathbf{s} &= [0,0,1]_{(xyz)} = [0,1,0]_{(XYZ)}. \end{aligned} \quad (8.26)$$

c.d. Oddzielanie kwadratowego efektu elektrooptycznego od efektu liniowego

Podstawiając składowe tensora (8.26) do (5.30) i (5.31) otrzymujemy

$$B_{xx} = n_o^{-2} + q_{11}E^2, \quad B_{yy} = n_e^{-2} + q_{31}E^2, \quad B_{xy} = B_{yx} = 0,$$

$$n_f = \frac{2}{\sqrt{B_{xx} + B_{yy} + \sqrt{(B_{xx} - B_{yy})^2 + 4B_{xy}B_{yx}}}} = \sqrt{\frac{1}{n_e^{-2} + q_{31}E^2}} \approx n_e - \frac{1}{2}n_e^3q_{31}E^2, \quad (8.27)$$

$$n_s = \frac{2}{\sqrt{B_{xx} + B_{yy} - \sqrt{(B_{xx} - B_{yy})^2 + 4B_{xy}B_{yx}}}} = \sqrt{\frac{1}{n_o^{-2} + q_{11}E^2}} \approx n_o - \frac{1}{2}n_o^3q_{11}E^2. \quad (8.28)$$

$n_o^{-2} - n_e^{-2} < 0$ - dla kryształów KDP i ADP

Stąd różnica faz

$$\Gamma = \frac{2\pi L}{\lambda} (n_s - n_f) \approx \frac{2\pi L}{\lambda} \left[n_o - n_e - \frac{1}{2} (n_o^3q_{11} - n_e^3q_{31})E^2 \right]. \quad (8.29)$$

Azymut fali szybszej α_f w rozważonej konfiguracji jest zdeterminowany przez naturalną dwójłomność liniową i wynosi 90° dla $n_o > n_e$.

c.d. Oddzielanie kwadratowego efektu elektrooptycznego od efektu liniowego

Problemy do samodzielnego przećwiczenia:

Zaproponować takie kombinacje kierunku przyłożonego pola elektrycznego \mathbf{E} i kierunku światła \mathbf{s} zapisane w układzie osi krystalograficznych XYZ w kryształach o symetrii $\bar{4}2m$, które pozwalają na pomiar:

$$1) n_o^3(q_{11} - q_{12}),$$

$$2) n_o^3 q_{13} - n_e^3 q_{33},$$

$$3) n_o^3 q_{66},$$

$$4) n_o^3 q_{12} - n_e^3 q_{31} - \frac{n_o^3 + n_e^3}{n_o^3 - n_e^3} n_o^2 n_e^2 r_{41}^2.$$

8.3. Pomiar naturalnej dwójłomności kołowej

Rozważmy wektor Jonesa fali świetlnej przechodzącej kolejno przez:

- doskonały polaryzator liniowy o azymucie α ,
- niedichroiczny ośrodek kołowy ($T_f = T_s = T$, $\beta_f = 45^\circ$, $\delta_f = \pm 90^\circ$) o różnicy faz Γ :

$$\mathbf{E} = \frac{T}{2} \begin{bmatrix} 1 + e^{-i\Gamma} & \mp i(1 - e^{-i\Gamma}) \\ \pm i(1 - e^{-i\Gamma}) & 1 + e^{-i\Gamma} \end{bmatrix} |\mathcal{E}_0| \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} = \quad (8.30)$$

$$= T |\mathcal{E}_0| e^{-i\Gamma/2} \begin{bmatrix} \cos(\alpha \mp \Gamma/2) \\ \sin(\alpha \mp \Gamma/2) \end{bmatrix}.$$

górne znaki: ośrodek
prawoskrętny ($\delta_f = +90^\circ$)

dolne znaki: ośrodek
lewoskrętny ($\delta_f = -90^\circ$)

Wniosek: fala spolaryzowana liniowo w płaszczyźnie o dowolnym azymucie α , doznaje podczas przejścia przez lewoskrętny ośrodek kołowy obrotu płaszczyzny polaryzacji o dodatni kąt $\Gamma/2$ przy zachowaniu polaryzacji liniowej.

c.d. Pomiar naturalnej dwojłomności kołowej

Uzupełnijmy układ o analizator liniowy umieszczony za ośrodkiem kołowym

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \frac{T}{2} \begin{bmatrix} 1 + e^{-i\Gamma} & \mp i(1 - e^{-i\Gamma}) \\ \pm i(1 - e^{-i\Gamma}) & 1 + e^{-i\Gamma} \end{bmatrix} |\mathcal{E}_0| \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} =$$

$$= T |\mathcal{E}_0| e^{-i\Gamma/2} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cos(\theta - \alpha \pm \Gamma/2) \\ \sin(\theta) \cos(\theta - \alpha \pm \Gamma/2) \end{bmatrix}. \quad (8.31)$$

„+” prawoskrętny $\delta_f = +90^\circ$

„-” lewoskrętny $\delta_f = -90^\circ$

Stąd, natężenie przechodzącego światła

$$I = |\mathcal{E}_x|^2 + |\mathcal{E}_y|^2 = T^2 |\mathcal{E}_0|^2 \cos^2(\theta - \alpha \pm \Gamma/2). \quad (8.32)$$

Tensor nieprzenikalności $[B_{ij}]$ dla ośrodka o symetrii $\infty\infty$ wyprowadzono we wzorze (6.29)

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} n_0^{-2} & in_0^{-4} g_{11}^{(0)} & 0 \\ -in_0^{-4} g_{11}^{(0)} & n_0^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & n_0^{-2} \end{bmatrix}. \quad (6.29)$$

Podstawiając składową B_{xy} tensora (6.29) do wzoru (5.42) otrzymujemy

$$\sin \delta_f = \frac{\text{Im}[B_{xy}^*]}{|B_{xy}|} \Rightarrow \delta_f = -90^\circ \text{sgn}(g_{11}^{(0)}). \quad (8.33)$$

$$I = T^2 |\mathcal{E}_0|^2 \cos^2 \left[\theta - \alpha - \text{sgn}(g_{11}^{(0)}) \Gamma/2 \right]. \quad (8.34)$$

c.d. Pomiar naturalnej dwojłomności kołowej

$$I = T^2 |\mathcal{E}_0|^2 \cos^2 \left[\theta - \alpha - \operatorname{sgn} \left(g_{11}^{(0)} \right) \Gamma / 2 \right]. \quad (8.34)$$

Metoda pomiaru:

- próbka jest początkowo wyjęta, co odpowiada $\Gamma = 0$, ustawiony kąt θ odpowiada $I = I_{\min}$,
- jeśli wstawienie próbki wymaga obrotu analizatora o $\Delta\theta$ w celu przywrócenia $I = I_{\min}$, to

$$2 \Delta\theta = \operatorname{sgn} \left(g_{11}^{(0)} \right) \Gamma. \quad (8.35)$$

Podstawiając składowe tensora (6.29) do wzorów (5.30) i (5.31) otrzymujemy

$$n_f = \frac{2}{\sqrt{B_{xx} + B_{yy} + \sqrt{(B_{xx} - B_{yy})^2 + 4B_{xy}B_{yx}}}} = \frac{1}{\sqrt{n_0^{-2} + n_0^{-4} |g_{11}^{(0)}|}} \approx n_0 - \frac{1}{2} n_0^{-1} |g_{11}^{(0)}|, \quad (8.36)$$

$$n_s = \frac{2}{\sqrt{B_{xx} + B_{yy} - \sqrt{(B_{xx} - B_{yy})^2 + 4B_{xy}B_{yx}}}} = \frac{1}{\sqrt{n_0^{-2} - n_0^{-4} |g_{11}^{(0)}|}} \approx n_0 + \frac{1}{2} n_0^{-1} |g_{11}^{(0)}|, \quad (8.37)$$

$$\Gamma = \frac{2\pi L}{\lambda} (n_s - n_f) \approx \frac{2\pi L}{\lambda} n_0^{-1} |g_{11}^{(0)}|. \quad (8.38)$$

Podstawiając wzór (8.41) do (8.38) otrzymujemy ostatecznie

$$g_{11}^{(0)} = \frac{\lambda n_0}{\pi L} \Delta\theta. \quad (8.39)$$

Literatura do tematu 8

[6] F. Ratajczyk, „*Dwójłomność i polaryzacja optyczna*”, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2000.

Literatura specjalistyczna w języku angielskim do rozdziału 8.2:

- [a] M. Aillerie, N. Théofanous, M.D. Fontana, „Measurement of the electro-optic coefficients: Description and comparison of the experimental techniques”, *Applied Physics B*, vol. 70 (2000), str. 317–334.
doi: 10.1007/s003400000237
- [b] M. Aillerie, F. Abdi, M.D. Fontana, N. Théofanous, E. Abarkan, „Accurate measurements of the electro-optic coefficients and birefringence changes using an external modulation signal”, *Review of Scientific Instruments*, vol. 71 (2000), str. 1627–1634. doi: 10.1063/1.1150508