

Przedmowa

Niniejszy skrypt powstał jako materiał pomocniczy do zajęć laboratoryjnych z fizyki prowadzonych w pracowniach fizyki Politechniki Łódzkiej i jest uzupełnieniem zbioru instrukcji do ćwiczeń.

Zamiarem autora było zebranie i przedstawienie w formie skryptu podstawowych informacji o zasadach przygotowania i przeprowadzenia eksperymentu fizycznego oraz analizy i prezentacji wyników.

Skrypt zawiera również opisy elementarnych metod, aparatury i przyrządów pomiarowych oraz wskazówki pomocne w wykorzystaniu programu MS Excel do analizy danych doświadczalnych.

Skrypt przeznaczony jest w szczególności dla studentów kierunku Fizyka techniczna na Wydziale Fizyki Technicznej Informatyki i Matematyki Stosowanej Politechniki Łódzkiej, jako materiał dydaktyczny dla przedmiotu Fizyka doświadczalna.

Spis treści

Przedmowa	1
Spis treści	2
I. Eksperyment w fizyce.....	4
I.1. Etapy pracy eksperymentalnej.	4
II. Błędy pomiarów.....	6
II.1. Źródła i rodzaje błędów	6
II.1.1. Błędy grube – pomyłki.....	6
II.1.2. Błędy systematyczne.	6
II.1.3. Błędy statystyczne (przypadkowe).....	8
II.2. Obliczanie wartości błędów.....	8
II.2.1. Błąd bezwzględny i względny.	8
II.2.2. Cyfry znaczące.	9
II.2.3. Zaokrąglenie.	11
II.2.4. Działania na liczbach przybliżonych.	12
II.2.5. Przenoszenie błędów.	12
II.3. Statystyczne narzędzia analizy błędów.	15
II.3.1. Średnia arytmetyczna.	15
II.3.2. Niepewność pojedynczego pomiaru serii.	15
II.3.3. Niepewność średniej arytmetycznej serii.	17
II.3.4. Interpretacja odchylenia standardowego.	18
II.3.5. Akceptowanie i odrzucanie pomiarów.	18
II.3.6. Przenoszenie błędów przy pomiarach wielokrotnych.	19
II.4. Dopasowanie zależności funkcyjnej.	20
II.4.1. Korelacja.	20
II.4.2. Metoda najmniejszych kwadratów.	21
II.4.3. Przypadek regresji liniowej $y=ax+b$	22
II.4.4. Wykorzystanie funkcji arkusza MS EXCEL do analizy regresji liniowej.....	23
II.4.4.1. Wykorzystanie funkcji obliczeniowych.	25
II.4.4.2. Obliczanie parametrów regresji przy użyciu narzędzia 'Analiza danych'.....	27
II.4.4.3. Wyznaczanie równania regresji jako linii trendu wykresu.	28
III. Pomiary i przyrządy.	30
III.1. Pomiary długości.	31
III.1.1. Przymiar liniowy.....	31
III.1.2. Suwmiarka.	32
III.1.3. Śruba mikrometryczna.....	33
III.1.4. Czujnik zegarowy.....	34
III.1.5. Wykorzystanie noniuszów w odczytach.....	35
III.2. Pomiary czasu.	36
III.3. Kontrola i pomiar temperatury.....	37
III.3.1. Termometry cieczowe.	37
III.3.2. Termopary.	37
III.3.3. Termometry oporowe.....	38
III.3.4. Kontrola temperatury.	39
III.3.4.1. Termostat cieczowy.....	39
III.4. Pomiary masy.....	41
III.4.1. Waga belkowa.	41
III.4.2. Waga analityczna.....	43
III.4.3. Waga torsyjna.	45
III.4.4. Waga elektroniczna.....	46
III.5. Elementy obwodów elektrycznych.....	47
III.5.1. Kable połączeniowe.....	47
III.5.2. Oporniki.	48
III.5.2.1. Dzielniki napięcia i prądu.	49
III.5.3. Kondensatory.	50
III.5.4. Indukcyjności (cewki indukcyjne).....	50
III.5.5. Źródła prądu stałego.....	50
III.5.5.1. Elektrochemiczne źródła zasilania.....	50
III.5.5.2. Zasilacze stabilizowane DC napięciowe i prądowe.....	51

III.5.6. Źródła prądu zmiennego.....	54
III.5.6.1. Transformatory i autotransformatory.....	54
III.5.6.2. Generatory.....	54
III. 6. Przyrządy i pomiary wielkości elektrycznych.....	56
III.6.1. Przygotowanie pomiaru.....	56
III.6.2. Mierniki wskazówkowe.....	57
III.6.2.1. Odczytywanie wartości na miernikach wskazówkowych.....	59
III.6.3. Mierniki cyfrowe.....	60
III.6.3.1. Rozdzielczość i dokładność mierników cyfrowych.....	61
III.6.4. Rola oporności wewnętrznej przyrządów.....	64
III.6.5. Pomiary innych wielkości elektrycznych.....	66
III.6.6. Oscyloskop.....	66
III.6.6.1. Budowa i zasada działania oscyloskopu.....	66
III.6.6.2. Elementy i funkcje kontrolne oscyloskopu (rys.3.57. i 3.58.).....	70
III.6.6.3. Przeprowadzenie pomiaru napięcia przy użyciu oscyloskopu.....	71
IV. Gromadzenie i prezentacja wyników.....	73
IV.1. Prowadzenie notatek laboratoryjnych.....	73
IV.2. Przygotowanie sprawozdania.....	74
IV.3. Tworzenie i wykorzystanie wykresów.....	75
IV.3.1. Zasady tworzenia wykresów.....	75
IV.3.2. Błędy popełniane przy tworzeniu wykresów.....	78
IV.3.3. Rodzaje podziałek wykresów.....	79
IV.3.4. Linearyzacja zależności nieliniowych.....	81
IV.3.5. Odczytywanie wartości z wykresów.....	83
IV.4. Wykorzystanie tabel.....	84
Literatura.....	85
Dodatek A. Tabele.....	86
Tabela A.1. Współczynniki rozkładu Studenta.....	86
Tabela A.2. Tabela wartości funkcji prawdopodobieństwa rozkładu normalnego.....	86
Tabela A.3. Symbole podstawowych elementów układów elektrycznych.....	87
Dodatek B. Krótka instrukcja tworzenia wykresów w Microsoft Excel.....	89

I. Eksperyment w fizyce.

Świadomie zaplanowany, przeprowadzony a następnie poprawnie zanalizowany i opisany w kategoriach matematycznych eksperyment jest podstawą fizyki od czasów Galileusza. Celowe eksperymentowanie zastąpiło wówczas tradycyjną obserwację i stało się podstawową formą zadawania przyrodzie pytań i uzyskiwania nowych informacji.

Modele fizyki teoretycznej zawsze niosły sugestie, co do ich możliwego, eksperymentalnego sprawdzenia i praktycznej aplikacji, i prędzej czy później poddawane były takiej eksperymentalnej weryfikacji. Dzieje się tak także i dziś, mimo iż pewne idee nowoczesnej fizyki stały się dla większości ludzi dalekie od ich codziennego doświadczenia i bardzo abstrakcyjne.

Celem fizyki doświadczalnej jest weryfikacja przewidywań teoretycznych i gromadzenie obserwacji eksperymentalnych, które stają się bazą do budowy teorii. Niestety, z natury przyrody wynika i doświadczono tego już wielokrotnie, że nie jesteśmy w stanie ostatecznie, całkowicie i kompletnie zweryfikować poprzez eksperyment żadnego modelu teoretycznego. Gromadząc dostępne nam dane doświadczalne możemy jedynie zwiększać lub zmniejszać zaufanie do modelu, a nasz sąd ma zawsze charakter tymczasowy, reprezentuje bowiem aktualny stan wiedzy. Dlatego też kwestia jakości eksperymentu jest tak kluczowa.

Eksperyment fizyczny jest kontrolowanym, ilościowym badaniem zjawiska. Kontrola eksperymentu polega na stosowaniu określonej metody i aparatury pomiarowej przy znajomości liczbowych wartości rozpoznanych parametrów zdarzenia. Rezultat eksperymentu to najczęściej zestaw liczbowych wartości, które następnie są analizowane w celu poszukiwania lub potwierdzenia zależności lub wyznaczenia konkretnej wartości liczbowej.

Tak więc, oczekujemy raczej rezultatu w postaci konkretnej wartości wraz z określoną dokładnością jej wyznaczenia lub zależności opisującej proces niż konkluzji w rodzaju „ustalono, że zależność natężenia prądu od napięcia jest istotna”, czy też „im wyższa temperatura tym większa rezystancja badanego elementu”

I.1. Etapy pracy eksperymentalnej.

Określenie celu.

Wyjściowym punktem każdego eksperymentu jest określenie celu działań. Co właściwie chcemy osiągnąć? Czy jest to weryfikacja hipotezy teoretycznej, wyznaczenie konkretnej wartości, zbadanie czy poszukiwanie zależności, czy może opracowanie metody pomiarowej lub sprawdzenie przydatności aparatury? Od charakteru celu zależeć będzie dobór środków i sposobów realizacji. Zdarza się, że realizując zdefiniowany cel natykamy się na nieprzewidziane, nieznanne wcześniej rezultaty. Tak właśnie dokonano wielu ważnych odkryć naukowych.

Planowanie.

Po określeniu celu przystępujemy do wyboru metody pomiarowej. Większość eksperymentów fizycznych wykorzystuje pośrednią metodę określania poszukiwanych wielkości i zależności. Oznacza to, że aby zrealizować cel należy wykonać pomiary wielu różnych wielkości z użyciem różnorodnych przyrządów i technik pomiarowych. Należy zatem określić te cechy zdarzenia fizycznego, które uważamy za najważniejsze i zależności których są dla nas interesujące a więc: jakie wielkości fizyczne będą podlegały obserwacji ilościowej, w jakim zakresie i w jakich warunkach, jaka precyzja pomiaru będzie potrzebna, jakie dodatkowe parametry należy uwzględnić i określić.

Przygotowania do pomiarów.

Obejmują zgromadzenie potrzebnej aparatury, zapoznanie się z jej parametrami i zasadami obsługi i ew. kalibrację pojedynczych przyrządów. W dalszej kolejności zestawiamy system pomiarowy. Opracowujemy szczegółowo procedurę pomiarową rozbijając pomiar na szereg precyzyjnie zdefiniowanych, fragmentarycznych zadań. Na tym etapie należy także opracować sposób i organizację gromadzonych danych – tabele pomiarów i jednostki mierzonych wielkości.

Pomiary wstępne.

Po zestawieniu systemu pomiarowego należy wykonać pomiar pilotujący. Umożliwi on zapoznanie się eksperymentatora ze sprzętem a także sprawdzenie poprawności i kompletności procedury pomiarowej oraz wykrycie ew. nieprawidłowości i źródeł błędów systematycznych. Pomiar wstępny powinien być uzupełniony o obliczenia (szacunkowe) poszukiwanych wielkości i wstępną analizę wyników. W zaawansowanych badaniach najlepszą weryfikacją systemu pomiarowego i przyjętej metody jest kalibracja polegająca na wykonaniu pomiaru znanej wielkości wzorcowej. Nie zawsze jest to jednak możliwe.

Pomiar właściwy.

Gromadzenie danych

Jest krytycznym elementem eksperymentu. Konsekwentna, zgodna z planem, cierpliwa i dokładna realizacja pomiarów, rejestracja wszystkich przewidzianych wielkości i dodatkowych informacji jest gwarantem przydatności wyników. Wykonując eksperyment nie należy się spieszyć!. Kluczową kwestią jest na tym etapie właściwe prowadzenie notatek z eksperymentu.

Powtarzanie pomiarów.

Jednokrotny pomiar jest bezwartościowy. Może być rezultatem omyłkowego odczytu, mylnej interpretacji ustawień przyrządu, autosugestii eksperymentatora. Dopiero wielokrotne pomiary dają podstawy do formułowania wniosków o badanych wielkościach i zależnościach.

Opracowanie wyników.

Sposób opracowania wyników zależy od założonego celu eksperymentu. Składają się nań obliczenia i analiza wyników.

Obliczenia

Procedury obliczeniowe wynikają ściśle z formy postulowanych zależności teoretycznych i metod rachunku błędów. Prowadząc obliczenia i notując wyniki cząstkowe należy pamiętać o stosowaniu właściwych jednostek mierzonych wielkości i zasadach działań na liczbach przybliżonych.

Analiza wyników.

Rezultaty obliczeń należy skonfrontować z zakładanym celem eksperymentu. Analiza prowadzić powinna do udzielenia odpowiedzi o potwierdzeniu lub nie, postawionej hipotezy albo podania poszukiwanej wartości. Najważniejszym elementem analizy wyników eksperymentu jest przedstawienie i dyskusja oszacowanych niepewności uzyskanych rezultatów i porównanie ich z wynikami innych podobnych pomiarów.

Prezentacja wyników.

Przedstawienie wyników wykonanej pracy polega na przygotowaniu w formie pisemnej (sprawozdanie, publikacja, tekst prezentacji konferencyjnej) zwięzłej ale kompletnej informacji o założeniach, przebiegu i wynikach eksperymentu. Sprawozdanie powinno być adresowane do przeciętnego odbiorcy, niekoniecznie znającego szczegóły badanego problemu i metody pomiarowej. Oprócz przystępnego języka ważnym elementem jest graficzne opracowanie wyników w formie tabel, diagramów i wykresów (więcej na ten temat w rozdziale IV).

II. Błędy pomiarów.

Przygotowując i prowadząc rzeczywisty eksperyment musimy uświadomić sobie, że nie istnieje pojęcie jednego, dokładnego, „prawdziwego” wyniku pomiaru. Żadnej wielkości nie można wyznaczyć eksperymentalnie z idealną precyzją. Można to zrobić jedynie mniej lub bardziej **niedokładnie!**

II.1. Źródła i rodzaje błędów

Źródła niepewności pomiarowych można podzielić na dwie podstawowe grupy:

- **Czynniki subiektywne**, zależne od prowadzącego pomiar obserwatora, konfiguracji aparatury, dostępności i czytelności odczytów. Poniżej podano przykłady złych nawyków i braku doświadczenia eksperymentatora:
 - unikanie pewnych cyfr w zapisie, zaokrąglanie w momencie pierwotnego zapisu.
 - autosugestia (przewidując wynik dążymy do niego fałszując odczyty), tendencja do potwierdzenia pierwszego pomiaru.
 - przetwarzanie w pamięci oryginalnych wyników przed ich rejestracją.
 - niecierpliwość (np. przy procesach ogrzewania nie uwzględnianie efektów bezwładności cieplnej i rozmieszczenia sond i czujników).
- **Czynniki obiektywne**, niezależne od obserwatora: wiarygodność i dokładność przyrządów pomiarowych, charakter i przebieg zjawiska.

Rozważając źródła sposób identyfikacji i uwzględniania błędy pomiaru możemy podzielić na :

- błędy grube czyli pomyłki
- błędy systematyczne
- błędy przypadkowe (statystyczne).

II.1.1. Błędy grube – pomyłki.

Wynikają z nieprawidłowego wykonania pomiaru lub obliczeń, złej interpretacji odczytów, z niedbałości i niewiedzy eksperymentatora lub uszkodzeń aparatury. Pomimo łatwego wychwycenia zaistnienia tego rodzaju błędów trudno je „naprawić” i najczęściej cały eksperyment trzeba powtórzyć (po zlokalizowaniu i wyeliminowaniu źródła błędów). Obecność błędów grubych najłatwiej rozpoznać konfrontując otrzymane wyniki z rezultatami innych podobnych pomiarów. Duża, rzędu powyżej 50% rozbieżność sugeruje zaistnienie błędu grubego. **Błędy grube bezwzględnie eliminujemy!**

II.1.2. Błędy systematyczne.

Wynikają najczęściej z konstrukcji przyrządów lub są cechą przyjętej metody pomiarowej czy też techniki obliczeniowej.

Błędy systematyczne są trudne do zlokalizowania i wyeliminowania, bowiem powtarzają się stale i właściwie jedynie porównywanie z wartościami wzorcowymi, i duże, stałe rozbieżności jednoznacznie wskazują na ich występowanie. Porównanie takie wykazuje dającą się opisać liczbowo prawidłowość pojawiania się rozbieżności i umożliwiają sformułowanie metody uwzględniania ich obecności. Najczęściej polega to na wprowadzeniu stałej poprawki do odczytów lub obliczeń.

Źródła błędów systematycznych:

1. przyrządy pomiarowe
2. metoda pomiarowa (mierzymy nie tę wielkość, o którą nam chodzi)
3. fałszywie sformułowana hipoteza lub nierozpoznane efekty fizyczne

Metody rozpoznawania i unikania błędów systematycznych

Kalibracja

Polega porównywaniu sygnału wyjściowego systemu pomiarowego lub pojedynczego czujnika ze znanym wzorcowym sygnałem wejściowym.

W ten sposób utworzona empirycznie zależność między sygnałem wejściowym czujnika a generowanym przezeń sygnałem umożliwia poprawną interpretację jego wskazań we właściwych pomiarach.

W praktyce eksperymentalnej możemy mówić o kalibracji pojedynczych urządzeń jak i całych zestawów pomiarowych.

W przypadku fabrycznie wykonanych urządzeń pomiarowych kalibracja dokonywana jest przez wytwórcę. W rezultacie kalibracji tworzone są skale mierników, ustawienia pokręteł i przełączników oraz wyznaczane dokładności i klasy przyrządów.

Często urządzenia takie wyposażone są w elementy lub dodatkowe informacje umożliwiające okresową, częściową kalibrację przez użytkownika.

W przypadku budowania urządzenia lub zestawu we własnym zakresie zawsze konieczne jest przeprowadzenie kalibracji. Wykorzystywanie tak zbudowanych układów ma sens jedynie w przedziałach wartości, dla których kalibracja była dokonywana.

Ważne.

Kalibracji przyrządów, choćby tylko kilkupunktowej, należy dokonywać możliwie często a koniecznie przed uruchomieniem nowo opracowanego czy zestawionego systemu pomiarowego.

W przypadku wieloelementowych zestawów pomiarowych kalibracja poszczególnych przyrządów powinna być uzupełniona kalibracją całego zestawu. Najczęściej tworzona jest wówczas tabela lub krzywa, czasem równanie kalibracji, na podstawie których dokonuje się ostatecznie ustalenia mierzonych wartości. Takie, empirycznie otrzymane tabele lub krzywe kalibracji mają tę zaletę, że przedstawiają faktyczną, efektywną odpowiedź układu na sygnał wejściowy, są łatwe i szybkie w użyciu i nie wymagają szczegółowej analizy dokładności poszczególnych elementów układu.

Analiza procedury pomiarowej.

W celu wykrycia obecności i źródeł błędów systematycznych można korzystać z:

- Zbadania symetrii aparatury (jeżeli w układzie pomiarowym występuje symetria, to odwrócenie pewnej wielkości lub przestawienie dwóch składowych nie powinno dawać efektu. Jeśli taka zmiana jest możliwa, to należy ją przeprowadzić).
- Zbadania wpływu kolejności pomiarów (np. histereza temperaturowa, wykrywanie wpływu przewodnictwa, nasycenia, dryf czyli powolnych zmian parametrów np. rozładowanie ogniwi, zmiany ciśnienia atmosferycznego, wilgotności w pomieszczeniu, zmiany napięcia i częstotliwości w sieci czy zmian punktu pracy przyrządów elektronicznych).
- Sprawdzenie niezmienności pozostałych parametrów układu i możliwości ich zmiany w rezultacie samego pomiaru (np. zmiany parametrów elektrycznych układu w rezultacie efektów cieplnych wywołanych samym eksperymentem).
- Określenie w drodze empirycznej lub (i) teoretycznej **poprawek**, uwzględniających wpływ drugorzędowych zjawisk i zależności. Empirycznie: przez pomiar kontrolny dla zdefiniowanych wartości i określenie poprawki (odpowiednik kalibracji przyrządu) lub teoretycznie, przez analizę zjawisk, które mogą mieć wpływ na wartość mierzoną. W praktyce niezłożonych problemów bardziej skuteczne okazują się metody empiryczne. Metoda szczegółowej teoretycznej analizy może jednak prowadzić do znalezienia nowych nieznanymi efektów.
- Zastąpienie bezwzględnej metody pomiaru wielkości pomiarem względnym, łatwiejszym do przeprowadzenia i dokładniejszym, i mimo innej interpretacji wartości często zupełnie wystarczającym. Przykładami takich pomiarów są: pomiar wilgotności względnej, gęstości względnej, światłości względnej. Metody względne dają wartość ilorazu dwóch wielkości lub różnicy wielkości (np. przyrost długości w procesie rozszerzania termicznego, który można mierzyć czujnikiem mikrometrycznym z dokładnością niemożliwą do osiągnięcia przy pomiarze bezwzględnej długości całego obiektu. Dodatkową zaletą metody względnej jest to, że jeśli znamy wartość bezwzględną dla jednego obiektu i jej odpowiednią wartość względną wyznaczoną daną metodą pomiarową, to możemy wyznaczyć wartości bezwzględne każdego innego obiektu. Jest to swoista forma kalibracji).

Cechy charakterystyczne związane z obecnością błędów systematycznych przy pomiarach wielokrotnych to mały rozrzut pomiarów przy dużej, systematycznej rozbieżności z wzorcem.

Błędy systematyczne szacujemy i uwzględniamy w eksperymencie, wprowadzając poprawki.

II.1.3. Błędy statystyczne (przypadkowe).

Ich pojawianie się jest nieuniknione albowiem wynikają z obecności niezdefiniowanych, zmieniających się czynników prowadzących do niepewności pomiarów. Obecność błędów statystycznych ujawnia się przy pomiarach wielokrotnych (widoczny jest rozrzut wyników). Wartości tych błędów są małe w porównaniu do wielkości mierzonej (kilka procent) i są one z natury rzeczy praktycznie niemożliwe do wyeliminowania. Do ich szacowania stosuje się metody statystyczne. Cechy charakterystyczne przy pomiarach wielokrotnych to brak systematycznej rozbieżności ze wzorcem i rozrzut pomiarów. **Błędy statystyczne są nieuniknione!**

W dalszych rozważaniach skoncentrujemy się na niepewnościach pomiarowych wynikających z obecności błędów przypadkowych. Analizując wielkość niepewności pomiarowych możemy posługiwać się metodami statystycznymi opartymi na rezultatach wielokrotnych pomiarów i metodami nie-statystycznymi dla pomiarów jednokrotnych. Szacowanie błędu na podstawie jednokrotnego pomiaru wymaga dokładnej analizy niepewności pomiarowych wszystkich cząstkowych pomiarów. Wykorzystujemy w tym celu informacje o dokładności użytych przyrządów i uwzględniamy okoliczności pomiaru i odczytu. Metody statystyczne są mniej wymagające w zakresie wiedzy o wpływie poszczególnych czynników na niepewność wyniku eksperymentu. Konieczne jest jednak zebranie dużej ilości danych – wielokrotne powtarzanie tego samego pomiaru. Jak łatwo się domyślić, najwięcej informacji dostarcza łączne użycie obu metod.

To, jaka niedokładność pomiaru zadowala eksperymentatora zależy od sposobu wykorzystania wyniku i od rodzaju i charakteru wniosków jakie na podstawie pomiaru chce on sformułować. Można odwrócić to stwierdzenie mówiąc, że rodzaj i jakość formułowanych wniosków zależy od niedokładności pomiaru. Zatem, wynik eksperymentalny nabiera wartości dopiero wtedy, gdy uzupełnia go informacja o niedokładności.

Zakomunikowanie o ustalonej, dużej niedokładności otrzymanego wyniku nie jest deprecjacją pracy eksperymentatora. Wręcz przeciwnie, świadczy o odpowiedzialnym i rozważnym traktowaniu pomiaru. Problem podawania niepewności wyniku ma szczególne znaczenie wówczas, gdy możemy go porównać z wynikami innych pomiarów tej samej wielkości, np. podawanymi w literaturze.

Ważne.

Wynik eksperymentu bez informacji o jego niedokładności jest bezwartościowy!

II.2. Obliczanie wartości błędów.

II.2.1. Błąd bezwzględny i względny.

Najwłaściwszym sposobem zaprezentowania wyniku wyznaczonej wielkości X jest podanie najlepszego przybliżenia wartości - x - wraz z niepewnością pomiarową - Δx :

$$X = x \pm \Delta x \quad (2.1.)$$

Zapis taki oznacza, że poszukiwana wartość wielkości X znajduje się w przedziale od $x - \Delta x$ do $x + \Delta x$ otaczającym wielkość najbardziej prawdopodobną x .

Podawana informacja składa się z dwóch części: wielkości najbardziej prawdopodobnego wyniku x i niepewności Δx .

W przypadku jednokrotnego pomiaru nie mamy żadnego wyboru i przyjmujemy zmierzoną wartość jako najbardziej prawdopodobną. W przypadku pomiarów wielokrotnych do określenia wielkości najbardziej prawdopodobnej stosujemy metody statystyczne.

Niepewność pomiarowa Δx nazywana jest również błędem **bezwzględnym pomiaru** lub **marginielem błędu**. Błąd bezwzględny jest zawsze wartością dodatnią i ma taki sam wymiar (jednostkę) jak wielkość mierzona.

Sposób określania niepewności pomiarowej także zależy od tego, czy pomiar wykonywany był jednokrotnie czy wielokrotnie.

Zawsze pozostaje jednak kwestia jak dokładne jest to szacowanie marginesu błędu, czyli to z jaką ufnością możemy traktować tak podany wynik.

Margines błędu, mimo iż w sposób bezwzględny określa niepewność pomiarową, w wielu przypadkach nie wystarcza do oceny wyniku. Dopiero odniesienie jego wartości do wartości zmierzonej umożliwia wyciąganie wniosków o jakości pomiaru. Taką wielkością jest tzw. **błąd względny** (lub dokładność procentowa), wyznaczany przez iloraz błędu bezwzględnego Δx i zmierzonej wartości – x :

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{|x|} \quad (2.2.)$$

Wygodnie jest podawać wartość tego ułamka w postaci dziesiętnej po pomnożeniu przez 100, czyli w procentach.

Zauważmy, że błąd względny jest dodatnią wielkością bezwymiarową.

Przykład 2.1.

Określona wartość najbardziej prawdopodobna wynosi: 231,5 a oszacowany błąd bezwzględny: 0,3.

Błąd względny wynosi: $\varepsilon = \frac{0,3}{231,5} \cdot 100\% = 0,13\%$

Przykład 2.2

Dla wartości 2,3 i takiej samej wartości błędu bezwzględnego 0,3, błąd względny wynosi aż 13%

Przyjęto traktować pomiary wykonane z dokładnością gorszą od 10% jako zgrubne, a pomiary o dokładności 1-2% jako dokładne.

II.2.2. Cyfry znaczące.

Dokładność wyniku wpływa na sposób zapisu wartości i formę prezentacji końcowej. Ilość cyfr podawanych w wyniku nie jest dowolna ale zależy od błędu bezwzględnego wyznaczenia tej wielkości. W większości przypadków zapisana postać liczby powstaje w wyniku zaokrąglenia, tj. ograniczenia liczby cyfr z uwzględnieniem odrzucanej części liczby. Prowadzi to następującej interpretacji zamieszczenia cyfry na określonym miejscu dziesiętnym.

Umieszczenie cyfry na określonym miejscu dziesiętnym oznacza, że błąd bezwzględny wyznaczonej liczby jest mniejszy lub równy połowie tego rzędu dziesiętnego.

Takie cyfry nazywamy **pewnymi** lub **znaczącymi**.

Przykład 2.3.

Zapis 34,5 (liczba cyfr znaczących $N=3$) oznacza, że błąd bezwzględny wyznaczenia liczby jest mniejszy lub równy 0,05.

Jeśli postać liczby powstała w rezultacie czysto mechanicznego odrzucenia końcowych cyfr to wówczas liczba z N cyframi znaczącymi ma błąd około 1 na N - tym miejscu. Tak więc zapis 34,5 ($N=3$) oznacza, że błąd jest rzędu 0,1 a zapis 34 oznacza, że błąd jest rzędu 1.

W odniesieniu do cyfr znaczących stosujemy następującą terminologię:

1. Skrajna lewa, niezerowa cyfra znacząca nosi nazwę najbardziej znaczącej cyfry liczby (np. 2030,50)
2. Skrajna prawa, niezerowa cyfra (wtedy gdy jest kropka dziesiętna) to - najmniej znacząca cyfra liczby (np. 2030,5)
3. Jeśli w zapisie nie występuje kropka dziesiętna, to najmniej znaczącą cyfrą jest skrajna prawa cyfra (także zero), np. 2030.
4. Ilość cyfr zawartych pomiędzy najmniej i najbardziej znaczącą określa liczbę cyfr znaczących liczby. Np. w liczbie 2030 są cztery cyfry znaczące.

Przykład 2.4.

Zgodnie z podanymi regułami np. liczba 420 ma trzy cyfry znaczące. Jeśli z wartości błędu wynika, że ostatnie 0 nie jest cyfrą pewną (tzn. błąd jest większy od 0,5) to nie wykazujemy jej stosując formę zapisu naukowego (scientific notation) : $4,2 \cdot 10^2$. W tym zapisie wszystkie cyfry pierwszego członu traktowane są jako znaczące. (np. w zapisie $340 \cdot 10^{-2}$ są trzy cyfry znaczące a błąd mniejszy od 0,005). Z kolei, zapis 20,0 jest poprawny gdy błąd bezwzględny jest mniejszy lub równy 0,05, mimo, że liczba cyfr znaczących wynosi 1.

Z formy zapisu (liczby cyfr znaczących) powstałej w rezultacie zaokrąglania wartości można oszacować wartość wynikającego z błędu względnego.

Błąd względny można obliczyć na podstawie jego definicji korzystając z podanej liczby i wartości maksymalnej błędu bezwzględnego. Ta ostatnia wynika z interpretacji liczby cyfr znaczących w zaokrąglanej liczbie. Zilustrujemy to przykładem:

Przykład 2.5.

Liczbę, po zaokrągleniu zapisano w postaci 67,2. Oszacować maksymalny błąd względny tej wartości

Podane w liczbie 67,2 trzy cyfry znaczące oznaczają, że maksymalny błąd bezwzględny wynosi 0,05.

*Z definicji błędu względnego otrzymamy $\varepsilon = \frac{0,05}{67,2} = 7,4 \cdot 10^{-4}$ czyli **0,74%**.*

Inna metoda [1] polega na wykorzystaniu liczby cyfr znaczących i cyfry najbardziej znaczącej (pierwszej z lewej w zapisie). Stosujemy wówczas następującą regułę:

Jeżeli zapis liczby zawiera n cyfr znaczących, a L jest najbardziej znaczącą (pierwszą z lewej, niezerową cyfrą, to maksymalny błąd względny obliczamy jako:

$$\varepsilon = \frac{1}{2 \cdot L \cdot 10^{N-1}} \quad (2.3.)$$

Zastosujemy tę regułę do liczby z przykładu 2.5.

Podana postać liczby zawiera $N=3$ cyfry znaczące. Najbardziej znacząca cyfra to **6**. Zgodnie z podaną (2.3.) zależnością błąd względny wynosi: $1/(2 \cdot 6 \cdot 10^{3-1})=8,3 \cdot 10^{-4}$ czyli **0,083%**

Reguła (2.3.) podaje wartości maksymalne błędu względnego i ma zastosowanie przede wszystkim w określaniu błędów wielkości podawanych w tablicach matematyczno fizycznych.

Zalecenia zapisywania błędu bezwzględnego:

Błąd bezwzględny powinien być zapisany z podaniem jednej cyfry znaczącej za wyjątkiem sytuacji gdy cyfrą taką jest 1. Wówczas podajemy dwie cyfry znaczące.

Zaokrąglając niepewności pomiarowe dokonujemy zawsze zaokrąglenia „w górę”.

Przykład 2.6.

Obliczony błąd bezwzględny wynosi 2,12. Po zaokrągleniu o 2 cyfr znaczących zapisujemy go jako: 2,2

Zalecenie zapisywania wyniku

Ostatnia cyfra znacząca ostatecznego wyniku powinna być na tym samym miejscu dziesiętnym co błąd bezwzględny. Wyjątkowo gdy błąd bezwzględny zawiera jedną tylko cyfrę znaczącą i jest nią 1, zalecany jest zapis wyniku z jedną cyfrą więcej.

W praktyce laboratoryjnej całkowicie wystarczające jest podawanie wyników końcowych poszukiwanych wartości w postaci z trzema cyframi znaczącymi.

Przykład 2.7 :

Określona wartość najbardziej prawdopodobna wynosi: 321,67 ; oszacowany błąd bezwzględny: 0,2. Przedstaw zapis ostateczny wyniku.

Ponieważ błąd bezwzględny 0,2 > 0,05 zatem w wyniku powinniśmy ograniczyć liczbę cyfr znaczących do pierwszej pozycji po przecinku Opuszczając ostatnią cyfrę dokonujemy zaokrąglenia. Ostatecznie poprawny zapis wyniku to:

$$321,7 \pm 0,2$$

Przy błędzie wynoszącym 2 ten sam wynik powinien być zapisany jako:

322 ± 2 ,
a przy błędzie 20:
 320 ± 20

W przypadku liczby cyfry znaczących mniejsze lub równej 2, dla czytelności informacji często podaje się w zapisie dodatkową cyfrę.

Przykład 2.8.

Określona wartość wynosi: 2,723 a błąd bezwzględny ± 1 . podaj zapis końcowy.

Poprawny zapis ostateczny to $2,7 \pm 1$ zamiast: 3 ± 1

Z uwagi na zaokrąglanie, przy zapisywaniu i korzystaniu z wartości pośrednich, na których wykonywane są obliczenia prowadzące do ostatecznego wyniku należy zapisywać o jedną cyfrę znaczącą więcej niż podaje zasada ogólna. Dopiero przy ostatecznym zapisie wyniku redukujemy liczbę cyfr znaczących.

Zarówno wynik jak margines błędu powinny być zapisywane w tej samej formie np.

Przykład 2.9.

Zapis:

$456,676 [m] \pm 0,05 [m]$ jest niepoprawny

Prawidłowy zapis to: $(456,68 \pm 0,05) [m]$

Zapisy:

$689 \cdot 10^{-9} [m] \pm 20 [\text{Å}]$ oraz $689 \cdot 10^{-9} \pm 20 \cdot 10^{-10} [m]$,

są niepoprawne.

Prawidłowy zapis to: $(689 \pm 2) \cdot 10^{-9} [m]$

Przykład 2.10.

Popraw zapis: $7,361 \cdot 10^{-7} [s] \pm 4 \cdot 10^{-8} [s]$. Odp.: $(7,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-7} [s]$

Przy dużej ilości danych liczbowych oraz w obliczeniach pośrednich niewygodnie jest stosować dwuczęściowy zapis wartości (wartość \pm błąd). Zamiast tego, w większości przypadków wystarczy używać jednoczłonowego zapisu, pamiętając o znaczeniu wykazanych cyfr znaczących (patrz podane wyżej reguły). I tak np. zapisując liczbę w postaci 234 mamy prawo uważać, że przedstawia ona wartość zawartą w granicach: $234 \pm 0,5$. Zapis 234,2 oznacza odpowiednio; $234,2 \pm 0,05$ a zapis $2,3 \cdot 10^2$ odpowiednio $(2,3 \pm 0,05) \cdot 10^2$.

II.2.3. Zaokrąglanie.

Odrzucając, zgodnie z podanymi wyżej zaleceniami, cyfry w zapisie wyniku jednocześnie należy dokonać modyfikacji „zaokrąglenia” pozostającej liczby, tak by uwzględnić wartość odrzucanych cyfr.

Wykorzystujemy przy tym następujące reguły:

1. jeśli pierwsza (z lewej) z odrzucanych cyfr jest większa od 5 lub jest równa 5 lecz występują po niej następne odrzucane cyfry, to stosujemy zaokrąglenie „w górę” (ostatnią z pozostających cyfr zwiększamy o 1).
2. jeśli odrzucaną cyfrą jest 5 (i tylko jedna cyfra jest odrzucana) to ostatnią z pozostających cyfr zwiększamy o jeden kiedy jest ona nieparzysta, lub pozostawiamy bez zmian, kiedy jest ona parzysta.
3. jeśli pierwsza (z lewej) z odrzucanych cyfr jest mniejsza od 5, to ostatnia z pozostających cyfr pozostaje bez zmian.

Przykład 2.11. Dokonaj zaokrąglenia do trzech miejsc po przecinku:

$$\begin{aligned}2,34742 &\approx 2,347 \\2,34751 &\approx 2,348 \\2,3475 &\approx 2,348 \\2,3465 &\approx 2,346\end{aligned}$$

II.2.4. Działania na liczbach przybliżonych.

W przypadku pomiarów pośrednich zapisane zgodnie z podanymi wyżej regułami wartości liczbowe używane są do dalszych obliczeń, które generują nowe liczby o zmienionej postaci. Przed przedstawieniem wyników takich obliczeń ponownie należy określić liczbę cyfr znaczących. Stosujemy wówczas następujące zasady oparte na regułach przenoszenia błędów:

1. W przypadku dodawania lub odejmowania w wyniku pozostawiamy liczbę cyfr znaczących równą liczbie cyfr znaczących najmniej dokładnego składnika operacji (najmniejszą liczbę cyfr znaczących)
2. W przypadku mnożenia i dzielenia liczb o tej samej liczbie cyfr znaczących w wyniku pozostawiamy taką samą liczbę cyfr znaczących. Jeśli liczba cyfr znaczących jest różna, to wynik zapisujemy z najmniejszą z liczby cyfr znaczących elementów operacji.
3. W przypadku odwrotności liczby (o liczbie cyfr >2) ilość cyfr znaczących maleje o 1.
4. Przy dodawaniu, odejmowaniu i mnożeniu liczby przybliżonej z udziałem liczby dokładnej w wyniku podajemy taką ilość cyfr znaczących, jaką ma liczba przybliżona.
5. W przypadku pierwiastkowania liczby przybliżonej można przyjąć, że liczba cyfr pierwiastka jest równa liczbie cyfr liczby podpierwiastkowej (wskazówka praktyczna).
6. W przypadku logarytmowania liczby przybliżonej liczba cyfr znaczących pozostaje bez zmian (wskazówka praktyczna)

Pamiętajmy o zdrowo-rozsądkowej zasadzie: dokładność analizowanego wyniku nie może rosnąć w rezultacie dokonywanych przekształceń i obliczeń!

Przykład 2.12:

$$32,658 + 11,23 + 4,71 = 48,598 = \mathbf{48,6}$$

$$9,32 \cdot 111 \cdot 0,038 = 39,31176 = \mathbf{39}$$

II.2.5. Przenoszenie błędów.

Eksperymentator, przystępując do analizy wyników często spotyka się z problemem określenia niepewności pomiarowej wielkości, która jest znaną funkcją wielu zmiennych $f(x, y, z, \dots)$, z których każda obciążona jest określoną niepewnością pomiarową $\Delta x, \Delta y, \Delta z$.

Zagadnienie można sformułować następująco: jak niepewności pomiarowe zmierzonych wartości x_0, y_0, z_0 wpływają na niepewność pomiarową wartości funkcji $f(x_0, y_0, z_0)$. Zakładamy przy tym, że znamy analityczną postać funkcji f i wyznaczone zostały wcześniej niepewności pomiarowe $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ wartości zmiennych x_0, y_0, z_0 . Problem ten określamy jako zagadnienie przenoszenia błędów.

W przypadku niewielkich błędów względnych zmiennych x, y, z (< 5%) oraz dla **pojedynczych pomiarów** wielkości x_0, y_0, z_0 wykorzystujemy tzw. **metodę różniczki zupełnej**.

Bez wnikania w głębsze uzasadnienie matematyczne (patrz [2]), sformułujemy ogólny przepis na określanie błędu bezwzględnego w takim przypadku:

$$\Delta f = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_{(x_0, y_0, z_0)} \cdot \Delta x + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)_{(x_0, y_0, z_0)} \cdot \Delta y + \dots \quad (2.4)$$

gdzie $\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_{(x_0, y_0, z_0)}$ oznaczają wartości pochodnych cząstkowych obliczone w punkcie x_0, y_0, z_0 .

Wzór (2.4) podaje wartość maksymalną błędu.

Niektóre źródła (np. [2]) zalecają stosowanie innej zależności na określenie błędu, która unika przeszacowania w górę wartości błędu:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \cdot \Delta x\right)_{(x_0, y_0, z_0)}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \cdot \Delta y\right)_{(x_0, y_0, z_0)}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \cdot \Delta z\right)_{(x_0, y_0, z_0)}^2}. \quad (2.5.)$$

Istotną zaletą zapisów 2.4. i 2.5. jest przedstawienie błędu złożonej zależności w postaci sumy składników zależnych od poszczególnych wielkości. W ten sposób można łatwo ocenić wpływ niepewności cząstkowych na wynik końcowy, co jest istotnym elementem analizy przebiegu eksperymentu.

Zależności 2.4. i 2.5 prowadzą w przypadkach prostych funkcji do niezbyt skomplikowanych formuł końcowych na wyznaczanie błędów. Najbardziej typowe przypadki zestawiono w tabeli (2.1)

Tabela 2.1. Obliczanie błędów zależności funkcyjnych

Rodzaj funkcji (operacji)	Błąd bezwzględny	Błąd względny	Uwagi
Suma i różnica: $z=f(x,y)=x+y$	$\Delta z = \Delta x + \Delta y + \dots$ Lub: $\Delta z = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + \dots}$	$\varepsilon_z = \frac{ x \varepsilon_x + y \varepsilon_y}{ x+y }$, lub $\varepsilon = \frac{\Delta z}{z}$	Błąd względny jest niemniejszy niż błąd względny najmniej dokładnego składnika
Iloczyn $z=f(x,y)=x \cdot y$	$\Delta z = y \cdot \Delta x + x \cdot \Delta y + \Delta x \cdot \Delta y$	$\varepsilon_z = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_x \varepsilon_y$ lub: $\varepsilon_z = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \dots}$	Błąd względny iloczynu jest nieco większy od sumy błędów czynników
Iloczyn liczby dokładnej A przez liczbę przybliżoną x : $z=f(x,y)=A \cdot x$	$\Delta z = A \cdot \Delta x$	$\varepsilon_z = \varepsilon_x$	
Iloraz $z=f(x,y)=x/y$	$\Delta z = \frac{y\Delta x + x\Delta y}{y^2}$	$\varepsilon_z = \varepsilon_x + \frac{\varepsilon_y + \varepsilon_x \cdot \varepsilon_y}{1 - \varepsilon_y} \approx \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{1 - \varepsilon_y} \approx \varepsilon_x + \varepsilon_y$ przy założeniu małych błędów	Błąd względny ilorazu jest nieco większy od sumy błędów względnych dzielnej i dzielnika (w przypadku małych wartości tych błędów, można przyjąć, że jest równy sumie).
Odwrotność $z=f(x)=1/y$	$\Delta z = \frac{\Delta y}{ y } \cdot \frac{1}{ y - \Delta y}$	$\varepsilon_z = \frac{\varepsilon_y}{1 - \varepsilon_y} \approx \varepsilon_y$	Błąd względny odwrotności liczby jest nieco większy od błędu liczby.
Dowolna funkcja jednej zmiennej $z=f(x)$	$\Delta z = f'(x) \cdot \Delta x$	$\varepsilon_z = \frac{ f'(x) \cdot \Delta x}{f(x)}$	
$z=f(x)=x^n$	$\Delta z = nx^{n-1} \cdot \Delta x$	$\varepsilon_z = n \Delta x$	

$z=f(x)=a^{bx}$	$\Delta z = a^{bx} \cdot (b \cdot \ln a) \cdot \Delta x$	$\varepsilon_z = (b \ln a) \cdot \Delta x$	
$z=f(x)=a \cdot \exp(bx)$	$\Delta z = a \cdot b \cdot \exp(bx) \cdot \Delta x$	$\varepsilon_z = b \cdot \Delta x$	
$z=f(x)=a \cdot \ln(x)$	$\Delta z = a \cdot \varepsilon_x$	$\varepsilon_z = \frac{\varepsilon_x}{ \ln(x) }$	
$z=f(x)=\log_a(x)$	$\Delta z = \frac{1}{\ln(a)} \cdot \varepsilon_x$	$\varepsilon_z = \frac{\varepsilon_x}{ \log_a(x) \cdot \ln(a) }$	
$z=f(x)=\sin(x)$	$\Delta z = \cos(x) \cdot \Delta x$	$\varepsilon_z = \operatorname{ctg}(x) \cdot \Delta x$	Wartości błędu bezwzględnego kąta Δx podawane są w radianach
$z=f(x)=\cos(x)$	$\Delta z = \sin(x) \cdot \Delta x$	$\varepsilon_z = \operatorname{tg}(x) \cdot \Delta x$	Wartości błędu bezwzględnego kąta Δx podawane są w radianach
Dowolna funkcja wielu zmiennych: $z=f(x,y,..)$	$\Delta z = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) \cdot \Delta x + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) \cdot \Delta y + \dots$	$\varepsilon_z = \frac{\Delta z}{z}$	

W przypadku złożonych funkcji obliczenia można podzielić na sekwencje złożone z funkcji jednej zmiennej i wykorzystać podane w tabeli formuły przenoszenia błędów przy obliczaniu błędu całkowitego.

Przykład 2.13.

Okres T drgań relaksacyjnych neonówki w obwodzie RC związany jest zależnością funkcyjną z wartościami oporności i pojemności w obwodzie R i C : $T=K \cdot R \cdot C$, gdzie K jest stałą układu zależną od właściwości neonówki. Pozwala to na obliczanie np. wartości oporności obwodu na podstawie pomiarów okresu drgań relaksacyjnych (błysków neonówki) – ćwic.311.

$$\text{Ostatecznie } R = \frac{T}{KC}.$$

Znając wartości niepewności pomiarowych pomiaru czasu Δt , stałej ΔK oraz dokładność wykonania kondensatora (błąd względny) ε_c oraz stosując reguły przenoszenia błędów dla jednokrotnego pomiaru możemy wyznaczyć błąd bezwzględny obliczonej wartości oporności ΔR .

W tym celu z formuły (2.4) określamy postać błędu bezwzględnego:

$$\begin{aligned} \Delta R &= \left| \left(\frac{\partial R}{\partial T} \right) \cdot \Delta T + \left(\frac{\partial R}{\partial K} \right) \cdot \Delta K + \left(\frac{\partial R}{\partial C} \right) \cdot \Delta C \right| = \frac{1}{KC} \Delta T + \frac{1}{CK^2} \Delta K + \frac{1}{C^2 K} \Delta C = \\ &= \frac{T}{KC} \left(\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta K}{K} + \frac{\Delta C}{C} \right) = R \cdot \left(\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta K}{K} + \frac{\Delta C}{C} \right) \end{aligned}$$

Pozostaje jeszcze do rozstrzygnięcia problem określenia błędu pomiaru okresu ΔT . W ćwiczeniu okres T wyznaczamy obserwując czas t , w którym neonówka rozbłyśnie n razy. Okres obliczamy więc z zależności $T=t/n$. Niepewność pomiaru czasu stoperem wynosi Δt .

Zgodnie z podaną w tabeli postacią błędu dla iloczynu stałej (w naszym przypadku $1/n$) przez zmienną t błąd bezwzględny ΔT wynosi: $\Delta T = \Delta t/n$.

II.3. Statystyczne narzędzia analizy błędów.

Uwzględnianie przenoszenia (propagacji) błędów ma podstawowe znaczenie w analizie niepewności pomiarowych w przypadkach gdy eksperymentalny pomiar wielkości dokonywany jest tylko raz i pod warunkiem, że możliwe jest zdefiniowanie wszystkich źródeł błędów i oszacowanie niepewności pomiarowych elementów składowych wyniku.

Jakość wyniku eksperymentu ograniczonego do pojedynczego pomiaru jest niska. O ile to tylko możliwe należy wielokrotnie powtórzyć pomiary i wnioskować w oparciu o większy zasób zebranych informacji. Przy pomiarach wielokrotnych oprócz opisanych już zagadnień propagacji błędów konieczne jest wykorzystanie metod statystycznych. Konieczność taka wynika z zaobserwowanej już przez starożytnych właściwości zjawisk przyrody jaką jest ich niepowtarzalność. Mówiąc inaczej, powtarzając jakiś pomiar najpewniej za każdym razem otrzymamy różne wyniki.

Zmierzone wartości zależą bowiem od wielu zmieniających się czynników. Po dokładnym zbadaniu okoliczności pomiaru możemy rozpoznać i wyeliminować lub tylko uwzględnić wpływ niektórych z nich. Pozostanie jednak nieznaną liczba, często nieokreślonych czynników, które zmieniają się przy każdym powtórzeniu pomiaru, dając w efekcie różne wyniki.

Jak już wspomnieliśmy zasadniczymi dla formułowania wniosków eksperymentalnych problemami są oszacowanie wyniku najbardziej prawdopodobnego i niepewności pomiarowej.

W dalszych rozważaniach będziemy posługiwali się następującymi terminami i oznaczeniami:

n – liczba wielokrotnie powtarzanych pomiarów (prób) tej samej wielkości

i – numer pomiaru

x_i – rezultat kolejnego pomiaru wielkości x

II.3.1. Średnia arytmetyczna.

Zakładając, że dokonując n pomiarów tej samej wielkości wszystkie one odbywały się w tych samych warunkach i mogą być traktowane jednakowo (o takich pomiarach mówimy, że mają stałą wagę) wartością najlepiej reprezentującą wielkość x jest średnia arytmetyczna ze wszystkich pomiarów cząstkowych x :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (2.6.)$$

II.3.2. Niepewność pojedynczego pomiaru serii.

Każdy z pomiarów serii x_i obarczony jest niepewnością pomiarową, którą możemy oszacować na podstawie rozrzutu względem wartości średniej ze wszystkich pomiarów. Statystyczną niepewność pomiarową pojedynczego pomiaru z serii opisuje wielkość zwana **wariancją** σ_x^2 :

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.7.)$$

Z powodów praktycznych (bezpośrednia reprezentacja niepewności) znacznie częściej wykorzystuje się pierwiastek z wariancji zwany **odchyleniem standardowym (dyspersją)** σ_x .

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sigma_n \quad (2.8.)$$

Ta postać określana jest w literaturze mianem odchylenia standardowego populacji (ang. population standard deviation).

Zdefiniowane w postaci (2.8.) odchylenie standardowe populacji niezbyt dobrze oddaje niepewność pomiarową w przypadku małej liczby pomiarów. W praktyce wykorzystuje się zatem zmodyfikowaną postać zwaną w literaturze **odchyleniem standardowym próby** (ang. sample standard deviation):

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sigma_{n-1} \quad (2.9.)$$

II.3.3. Niepewność średniej arytmetycznej serii.

W większości przypadków bardziej istotna od niepewności pojedynczego pomiaru jest niepewność, z jaką wyznaczamy wartość średnią (traktowaną jako najbardziej prawdopodobny wynik).

Statystyczną niepewność wyznaczenia wartości średniej reprezentuje **wariancja** S_x^2 i **odchylenie standardowe średniej arytmetycznej** S_x . Korzystamy przy tym z wcześniej zdefiniowanej wariancji i odchylenia standardowego pojedynczego pomiaru σ_x . Podobnie jak w przypadku indywidualnego pomiaru możemy sformułować dwie postaci wariancji i odchylenia średniej: wyznaczone dla populacji i próby.

Ogólnie:

$$S_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad (2.11.)$$

dla zalecanego wcześniej odchylenia standardowego próby otrzymamy odpowiednio:

$$S_x^2 = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.12)$$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.13.)$$

Warto zauważyć praktyczne konsekwencje płynące z podanych wzorów. **Ze wzrostem liczby pomiarów (powtórzeń) maleje wartość odchylenia standardowego średniej** a więc wynik pomiaru (średnia \bar{x}) podawany jest z większą dokładnością.

Pamiętajmy jednak, że niestety nie poprawimy w ten sposób niepewności wnoszonych przez błędy systematyczne.

Przykład 2.14.

Tabela 2.2. zawiera rezultaty 12-krotnego pomiaru grubości płytki szklanej wykonanych przy pomocy śruby mikrometrycznej. Określ najbardziej prawdopodobną wartość grubości płytki, odchylenie standardowe populacji i odchylenie standardowe próby.

Tabela 2.2.

i	X_i [mm]	X_i^2 [mm ²]
1	3,3	10,89
2	3,35	11,2225
3	3,29	10,8241
4	3,29	10,8241
5	3,31	10,9561
6	3,34	11,1556
7	3,3	10,89
8	3,32	11,0224
9	3,28	10,7584
10	3,31	10,9561
11	3,33	11,0889
12	3,3	10,89
Sumy cząstkowe	$\sum x = 39,72$	$\sum x^2 = 131,478$
Wartość średnia w [mm]	$\bar{x} = \mathbf{3,31}$	
Wariancja (próby)	$\sigma_x^2 = 0,000455$	
Odchylenie standardowe (próby) pojedynczego pomiaru w [mm]	$\sigma_x = 0,0213 \approx \mathbf{0,02}$	
Odchylenie standardowe (próby) wartości średniej w [mm]	$S_x = 0,0062 \approx \mathbf{0,01}$	

*Najlepsze przybliżenie grubości płytki jest równe średniej arytmetycznej i wynosi **3,31[mm]**.*

Niepewność tego wyniku jest opisywana przez odchylenie standardowe (próby) wartości średniej, które wynosi 0,0062 [mm]. Po uwzględnieniu reguł zapisu cyfr znaczących wyniku i błędów i po zaokrągleniu ostateczny wynik zapiszemy w postaci:

D=(3,31±0,01) [mm]

II.3.4. Interpretacja odchylenia standardowego.

Znając wartości odchylenia standardowego S_x możemy wyznaczyć tzw. **przedziały ufności $\lambda_{P\%}$** rozumiane jako otoczenia (o promieniu λ) wartości średniej wyniku \bar{x} , w których wszystkie pomiary cząstkowe znajdują się z określonym (wyrażonym w %) prawdopodobieństwem $P\%$.

Przy założeniu stosowalności tzw. rozkładu normalnego i wielokrotnym powtórzeniu pomiaru przedziały ufności wynoszą $P_{68\%} = S_x$, $P_{95\%} = 2S_x$, $P_{99,7\%} = 3S_x$. Oznacza to, że prawdopodobieństwo znalezienia wyniku w zakresie $\bar{x} \pm S$ wynosi 68%, w zakresie $\bar{x} \pm 2S$ wynosi 95% a w zakresie $\bar{x} \pm 3S$ 99,7%. Należy jednak zastrzec, że taka interpretacja zakłada dużą (nieskończoną) liczbę powtórzeń pomiarów.

W przypadku małej liczby powtórzeń ($n < 20$) obliczając przedziały ufności odchylenie standardowe należy pomnożyć przez współczynnik t_p zależny od liczby pomiarów n i założonego poziomu ufności $P\%$. Wówczas promień przedziału ufności $\lambda_{P\%}$ otrzymujemy w wyniku:

$$\lambda_{P\%} = t_p \cdot S_x \quad (2.14.)$$

Oznacza to, że dokonując n pomiarów wartości x , których statystyczny rozrzut opisywany jest przez odchylenie standardowe (próby) S_x wynik pomiaru należy przedstawić w postaci:

$$X = \bar{x} \pm t_p \cdot S_x \quad (2.15.)$$

Podany zapis można interpretować również w ten sposób, że prawdopodobieństwo odchylenia wyniku X od wartości średniej \bar{x} o wartość $\lambda_{P\%}$ wynosi $P\%$. Przyjętą wartość $P\%$ nazywamy **poziomem ufności**.

Wartości współczynników t_p wynikają z teorii tzw. rozkładu Studenta (sformułowanego przez W.S. Gosset'a) zależą od założonego poziomu ufności i liczby pomiarów i są tablicowane (patrz tabela 2.3, i tabela A.1 Dodatek A).

Tabela (2.3). Współczynniki rozkładu Studenta

Liczba pomiarów N	t_p dla poziomu ufności $P\%$					
	50%	80%	90%	95%	99%	99.9%
2	1.0	3.08	6.31	12.7	63.7	637.0
3	0.816	1.89	2.92	4.3	9.92	31.6
4	0.765	1.64	2.35	3.18	5.84	12.9
5	0.741	1.53	2.13	2.78	4.60	8.61
6	0.727	1.48	2.01	2.57	4.03	6.86
7	0.718	1.44	1.94	2.45	3.71	5.96
8	0.711	1.42	1.89	2.36	3.5	5.4
9	0.706	1.40	1.86	2.31	3.36	5.04
10	0.703	1.38	1.83	2.26	3.25	4.78

Z tabeli tej widać wyraźnie, że wraz z malejącą liczbą powtórzeń gwałtownie rośnie wartość współczynnika t_p a tym samym szerokość przedziału ufności - rośnie niepewność.

Dla praktycznie rozważanych poziomów ufności ($P > 80\%$) dla małej liczby powtórzeń niepewność pomiarowa jest wielokrotnie większa niż odchylenie standardowe S_x ($t_p > 1$).

II.3.5. Akceptowanie i odrzucanie pomiarów.

W zestawach powtórzonych wielokrotnie pomiarów tej samej wielkości często spotykamy się z danymi, które już na pierwszy rzut oka „odstają” od pozostałych. Powstaje pytanie czy należy taki pomiar uwzględnić czy też odrzucić go i nie brać pod uwagę w dalszych obliczeniach. W podjęciu decyzji może być pomocna analiza odchylenia pomiaru od wartości średniej (oparta na właściwościach rozkładu normalnego).

Sformułujemy ją w postaci praktycznych wskazówek [3].
Mając do dyspozycji całą serię n powtórzonych pomiarów wielkości x obliczamy najpierw wartość średnią \bar{x} serii i odchylenie standardowe pojedynczego pomiaru (próby) σ_x . Następnie obliczamy odchylenie pomiędzy „podejrzany” wynikiem x_p i wartością średnią \bar{x} :

$$d = |x_p - \bar{x}| \quad (2.16.)$$

Otrzymaną wartość odchylenia d porównujemy z odchyleniem standardowym σ_x obliczając iloraz:

$$t = \frac{d}{\sigma_x} \quad (2.17.)$$

Akceptowalność pomiaru x_p zależy od przyjętego przez eksperymentatora kryterium. Najczęściej spotykane są dwa podejścia:

1. Kryterium 3σ - pomiar x_p akceptujemy jeśli $t < 3$.
2. Kryterium Chauveneta - określamy z tabeli prawdopodobieństwa rozkładu normalnego (tabela A.2. Dodatek A.) wartość prawdopodobieństwa P odpowiadającą współczynnikowi odchylenia t . Następnie obliczamy wartość wyrażenia: $W = n(1 - P)$. Pomiar akceptujemy jeśli $W < 1/2$.

Sposób pierwszy, choć prostszy nie uwzględnia ilości pomiarów serii. Praktycznie oznacza on, że odrzucany jest wynik, którego prawdopodobieństwo wystąpienia jest mniejsze niż **0,3%**.

Kryterium Chauveneta uwzględnia rolę ilości pomiarów w serii (wraz ze wzrostem n odrzucane powinny być wyniki o mniejszych odchyleniach d).

Porównywanie z wartością oczekiwaną.

Podane powyżej kryterium 3σ jest czasem [4] wykorzystywane do oceny jakości otrzymanego wyniku końcowego X wraz z określoną niepewnością tego wyniku ΔX , w odniesieniu do znanej wartości wzorcowej X_0 (np. gdy znamy wyniki innych dokładnych pomiarów – tablice fizyczne). Zgodnie z tym kryterium uzyskaną wartość X uznajemy za poprawną jeśli:

$$|X - X_0| < 3 \cdot \Delta X \quad (2.18.)$$

Ważne

Przedstawiając wyniki obliczeń i końcowe rezultaty pomiarów należy pamiętać o koniecznym uzupełnieniu ich o odpowiedni komentarz. Z samego bowiem zapisu w rodzaju $X = 3,31 \pm 0,01$ nie wynika czy mamy do czynienia z szacowanym na podstawie okoliczności pomiaru błędem bezwzględnym Δx , odchyleniem standardowym populacji, odchyleniem standardowym próby δ_x , odchyleniem standardowym średniej S_x czy zmodyfikowanym przedziałem ufności $\lambda_{p\%}$.

Dopiero te dodatkowe informacje pozwolą na poprawną interpretację wyniku.

II.3.6. Przenoszenie błędów przy pomiarach wielokrotnych.

Jeśli poszukiwany wynik jest opisywany znaną z postaci analitycznej zależnością $f(x, y, z)$ od wielu niezależnie i wielokrotnie mierzonych wielkości x_i, y_i, z_i , to należy uwzględnić zarówno propagację błędów jak i statystyczny rozrzut wyników pomiarów.

Wykorzystujemy w tym celu podaną wcześniej metodą różniczki zupełnej (rozdz. II.2.5.).

Zależności 2.4. i 2.5. modyfikujemy jednak obliczając odpowiednie wartości pochodnych cząstkowych dla wartości średnich argumentów $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ oraz zastępując błędy bezwzględne odpowiednimi odchyleniami standardowymi wartości średnich: S_x, S_y, S_z .

Ostatecznie otrzymujemy:

$$S_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \cdot S_x\right)_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \cdot S_y\right)_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \cdot S_z\right)_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}^2} \quad (2.19)$$

gdzie wartości średnie $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ obliczmy zgodnie z wzorem (2.6.) a odchylenia standardowe (próby) zgodnie z (2.13). Wartość S_f interpretujemy jako odchylenie standardowe wartości średniej funkcji f .

Po odpowiednim zmodyfikowaniu (zastąpieniu Δx przez S_x i obliczaniu wartości funkcji dla wartości średnich \bar{x}) aktualne pozostają podane w tabeli (2.1) szczegółowe formuły obliczania niepewności funkcji złożonych.

II.4. Dopasowanie zależności funkcyjnej.

Typowym zadaniem dla eksperymentatora jest znalezienie analitycznej postaci zależności funkcyjnej $y=y(x)$, opisującej związek pomiędzy dwoma mierzonymi wielkościami przedstawiony w postaci n par liczb (x_i i y_i $i=1,2,3\dots$). Nie chodzi tu przy tym o wielokrotne powtarzanie pomiarów tych samych wielkości ale o obserwacje w szerokim zakresie zmian wartości y i x .

Problem ten jest przedmiotem wielu metod numerycznych. Cały proces nazywamy dopasowaniem, aproksymacją lub regresją. Wykorzystując regresje numeryczne otrzymać możemy nawet złożone postaci funkcyjne, które najlepiej opisują dostępny zestaw danych. Określona postać analityczna poszukiwanej funkcji może być sugerowana przez przewidywania teoretyczne lub (i) przez rozkład punktów eksperymentalnych (wykres). Poszukiwana postać analityczna zawiera zwykle kilka parametrów i wyznaczenie tych stałych jest głównym celem metod numerycznych. Po ustaleniu postaci funkcji możemy ją wykorzystywać w dalszych obliczeniach analitycznych, dokonując przekształceń, różniczkowania, całkowania itp.

Opisany proces złożony jest z kilku etapów:

- postawienie i zweryfikowanie hipotezy o istnieniu zależności funkcyjnej określonego typu.
- wybór metody numerycznej i przeprowadzenie obliczeń parametrów poszukiwanej funkcji.
- ocena jakości dopasowania

II.4.1. Korelacja.

W pierwszym etapie należy zatem określić czy dostępne dane pomiarowe są ze sobą powiązane (skorelowane) i uzasadnione jest poszukiwanie określonej zależności pomiędzy nimi. Stopień **korelacji** pomiędzy danymi eksperymentalnymi oceniamy jakościowo na podstawie wykresu oraz ilościowo wyznaczając tzw. **współczynnik korelacji**.

Sposób określania współczynnika korelacji zależy od postaci przewidywanej zależności funkcyjnej. Podana poniżej formuła dotyczy przewidywanej postaci zależności liniowej (**regresja liniowa**), która jest najczęściej stosowanym modelem regresji.

Dla n par punktów (x_i, y_i) **współczynnik korelacji liniowej r** obliczamy jako:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]}} \quad (2.20)$$

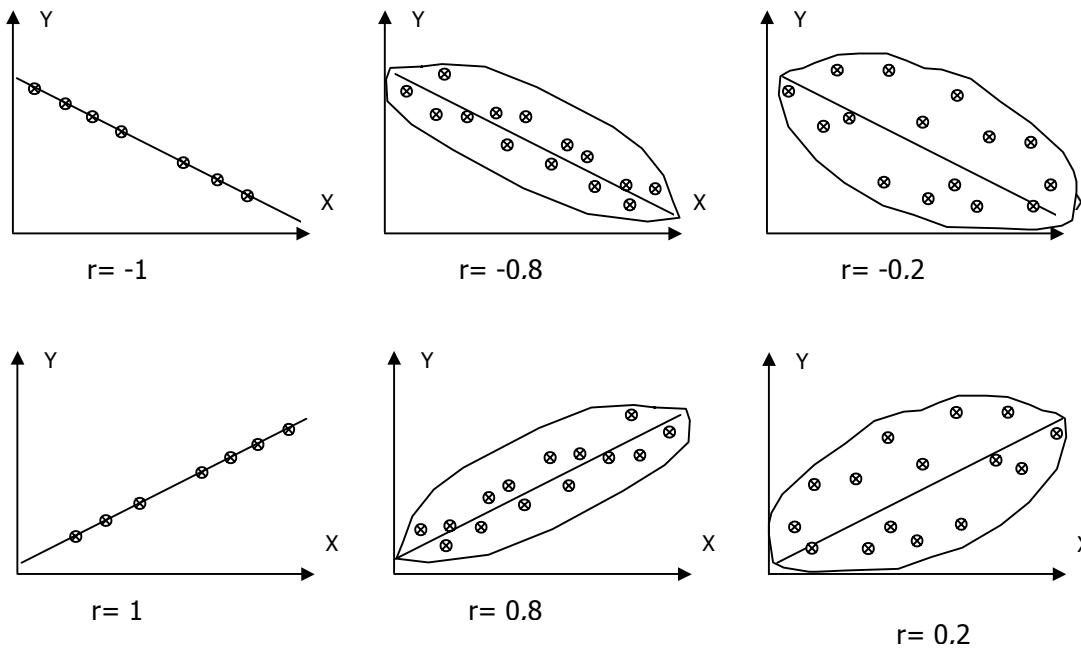
przy wykorzystaniu obliczeń odchyłeń standardowych średniej S_x , S_y . otrzymamy równoważny zapis:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{n(n-1) \cdot S_x \cdot S_y} \quad (2.21).$$

Wartość współczynnika korelacji zawiera się w przedziale $(-1, 1)$. W literaturze możemy spotkać inną wielkość zwaną **współczynnikiem determinacji r^2** , który jest równy kwadratowi zdefiniowanego współczynnika korelacji i przyjmuje wartości z przedziału $(0,1)$.

Kiedy $r \approx 0$ dane nie są skorelowane i poszukiwanie zależności pomiędzy nimi nie jest uzasadnione. Jeśli $r = \pm 1$ mamy do czynienia z idealnie liniową korelacją danych. Dodatni współczynnik korelacji sugeruje tzw. dodatnią korelację, która oznacza, że wzrost jednej ze zmiennych pociąga za sobą wzrost drugiej. W przeciwnym przypadku ($r < 0$) wzrost jednej zmiennej powoduje malenie drugiej.

Poniższe wykresy ilustrują rolę współczynnika korelacji przy podejmowaniu decyzji, czy uzasadniona jest hipoteza o istnieniu liniowej zależności pomiędzy danymi.



Rys.2.4. Współczynniki korelacji liniowej dla różnych rozkładów punktów

II.4.2. Metoda najmniejszych kwadratów.

Będziemy rozważać zbiór danych eksperymentalnych w postaci par współrzędnych punktów (x_i, y_i) , o których zakładamy, że są związane określoną zależnością funkcyjną: $y = f(x, a_0, a_1, a_2, a_3 \dots)$.

Ogólna postać analityczna funkcji jest postulowana w wyniku obserwacji wykresu i wartości współczynnika korelacji. Problem określenia funkcji regresji sprowadza się zatem do wyznaczenia wartości stałych $a_0, a_1, a_2, a_3 \dots$.

Zwróćmy uwagę, że nie jest naszym celem znalezienie równania krzywej, która dokładnie przejdzie przez wszystkie punkty eksperymentalne a jedynie takiej, dla której rozbieżności pomiędzy mierzonymi wartościami $y_i(x_i)$ a wartościami wyznaczonej funkcji $f(x_i)$ będą najmniejsze.

Znalezienie dokładnych wartości stałych a_k spełniających ten postulat nie jest możliwe (za wyjątkiem sytuacji gdy $r^2=1$). Możemy jedynie mówić o przybliżonych wartościach stałych a_k i ich niepewnościach.

Najczęściej stosowaną (ale nie jedyną!) metodą wyznaczania równań regresji jest tzw. metoda najmniejszych kwadratów, która oparta jest o rozkład normalny błędów.

W metodzie tej (przy założeniu stałych niepewności pomiarowych x i y) za podstawowe kryterium wyznaczania parametrów funkcji regresji jest minimalizacja sum kwadratów rozbieżności $y_i(x_i) - f(x_i)$:

$$S = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, a_0, a_1, a_2, \dots, a_k)]^2 \quad (2.22)$$

Ważne.

Postulując postać funkcji regresji pamiętajmy, że ilość parametrów a_k powinna być znacznie mniejsza niż ilość punktów pomiarowych ($n \gg k$). Nie jest natomiast konieczny stały odstęp pomiędzy współrzędnymi x_i .

W ogólnym przypadku funkcja $f(x, a_k)$ może być liniowa lub nieliniowa względem parametrów a_k .

Minimalizacja wartości S (2.22) polega na określeniu warunków jednoczesnego zachodzenia:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 0 \quad \frac{\partial S}{\partial a_1} = 0 \quad \frac{\partial S}{\partial a_2} = 0; \dots; \quad \frac{\partial S}{\partial a_k} = 0 \quad (2.23)$$

Układ równań (2.23), w ogólnym przypadku po rozwinięciu funkcji f w szereg Taylora i ograniczeniu do wyrazów pierwszego rzędu, przybiera postać układu wielomianów względem niewiadomych stałych a_k i nosi nazwę układu równań normalnych.

II.4.3. Przypadek regresji liniowej $y=ax+b$.

W praktyce laboratorium podstaw fizyki najczęściej postulowaną funkcją regresji jest funkcja liniowa postaci $f(x) = a_0 + a_1 x$.

W tym przypadku rozwiązanie odpowiedniego układu równań prowadzi do następujących wyrażań dla stałych a_k :

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i}{D} \quad (2.24)$$

$$a_1 = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{D} \quad (2.25)$$

$$\text{gdzie: } D = n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \quad (2.26)$$

Niezbędnym elementem procesu wyznaczania funkcji regresji jest oszacowanie dokładności uzyskanej aproksymacji. Dokładność taką opisują odchylenia standardowe wyznaczonych stałych a - σ_a oraz odchylenie standardowe analitycznie obliczanych wartości $y = f(x, a_k) - \sigma_y$.

Dla regresji liniowej ($y = a_0 + a_1 x$) odchylenie standardowe stałej a_0 obliczamy z zależności:

$$\sigma_{a_0} = \sigma_y \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{D}} \quad (2.27)$$

a odchylenie standardowe nachylenia a_1 :

$$\sigma_{a_1} = \sigma_y \sqrt{\frac{n}{D}} \quad (2.28)$$

gdzie odchylenie standardowe wartości y :

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{(n-2)} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2} \quad (2.29)$$

dla uproszczonej postaci $f(x) = ax$ odpowiednio otrzymamy:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (2.30)$$

odchylenie standardowe stałej:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_y}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i)^2}} \quad (2.31)$$

i odchylenie standardowe wartości :

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i)^2} \quad (2.32)$$

Uzyskanie na podstawie warunku (2.23) formuł wyznaczania parametrów funkcji $f(\mathbf{x})$ jest stosunkowo nieskomplikowane dla wyrażeń wielomianowych (np. dla funkcji kwadratowej patrz [5]).

Dla niewielomianowych zależności $f(\mathbf{x})$ oraz dla nieliniowych (względem parametrów \mathbf{a}_k) postulowanych postaci funkcji $f(\mathbf{x})$ warunki (2.23) prowadzą do układów równań, które można rozwiązać jedynie metodami numerycznymi. Popularne programy komputerowe (MS EXCEL, MC ORIGIN, STATISTICA itp.) oraz kalkulatory graficzne (np. Texas Instruments TI 83, TI 89, TI 92) oferują oprócz regresji liniowej także możliwości analizy regresji podstawowych typów funkcji ($\log(x)$, $\exp(x)$, $\sin(x)$, ax^b).

Często stosowaną praktyką jest zastępowanie nieliniowej zależności funkcyjnej równoważną zależnością liniową i stosowanie regresji liniowej do tak przekształconych relacji. Proces ten zwany linearyzacją zostanie szerzej omówiony w rozdziale (IV.3.4.).

II.4.4. Wykorzystanie funkcji arkusza MS EXCEL do analizy regresji liniowej.

Obecnie dostępnych jest wiele narzędzi umożliwiających efektywne przeprowadzenie analizy regresji nawet dla bardzo dużego zbioru danych eksperymentalnych.

Z uwagi na popularność arkusza MS Excel omówimy wykorzystanie tego narzędzia do wyznaczania funkcji aproksymującej rozkład punktów pomiarowych.

Przykład 2.15

Obserwacje powiększenia P obrazów powstających w soczewce skupiającej dla różnych odległości obrazu od soczewki b zawarte są w poniższej tabeli. Wykorzystując wynikający z równania soczewki

związek : $P(b) = \frac{b}{f} + 1$ należy wyznaczyć ogniskową soczewki.


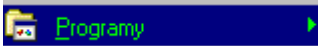
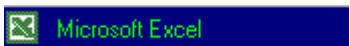


Tabela (2.4) Wyniki pomiarów położenia i powiększenia obrazu

Odległość obrazu b [cm]	Powiększenie obrazu P
79,4	5,1
74,2	4,7
68,9	4,3
63,8	3,9
58,4	3,5
52,9	3,1
47,3	2,7
41,4	2,2
34,5	1,7
24,1	0,9

Powiększenie obrazu P jest liniową funkcją odległości b a ogniskowa soczewki f jest odwrotnością współczynnika kierunkowego prostej $P(b)$. W celu wyznaczenia wartości ogniskowej należy więc przeprowadzić regresję liniową $y = Ax + B$ podanego zestawu danych identyfikując odległość b jako x , $1/f$ jako A oraz $B=1$. Po znalezieniu współczynnika kierunkowego A można będzie wyliczyć ogniskową jako $f=1/A$.

Etap 1.


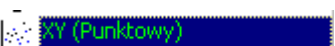






Wprowadzenie danych do arkusza kalkulacyjnego.


1. Uruchom MS Excel   
2. Wpisz nazwę **odległość obrazu b** do komórki np. B2 a nazwę **Powiększenie P** do komórki w sąsiedniej kolumnie C3. Wpisz symbole jednostek do komórek poniżej, odpowiednio B3 i C3. Jeśli wpisany tekst nie mieści się na szerokości komórki możesz zwiększyć szerokość kolumny przesunąć kursor  do najwyższej linii (z numerami komórek) na lewy kraniec wybranej kolumny i kiedy kursor zmieni swój kształt na  trzymając wciśnięty przycisk myszy przesunąć linie brzegu kolumny w prawo.
3. Wprowadź wartości współrzędnych punktów do kolejnych komórek arkusza.


Etap 2.

Określenie korelacji pomiędzy danymi.

W celu zbadania czy dla uzyskanych danych uzasadnione jest poszukiwanie zależności liniowej sporządzimy wykres zależności $P(b)$.

1. Na pasku narzędzi kliknij ikonę wykresu  wybierz typ wykresu  i podtyp . Kliknij ikonę . Wybierz  kliknij .
2. W pierwszym okienku definicji wykresu wpisz nazwę przedstawianej zależności np. $P(b)$. W kolejnych okienkach należy podać zakres zmiennych X i Y. Najwygodniej jest to zrobić przez kliknięcie ikony  (Wartości X) i zaznaczenie myszką obszaru wartości kolumny B i zakończyć klawiszem ENTER lub kliknięciem . Podobnie trzeba postąpić z zakresem Y.

Kliknij  i podaj w odpowiednich oknach informacje o opisie osi i siatce wykresu.

Kliknij  .

Obserwując rozkład punktów na wykresie, możemy przyjąć jakościowe założenie, że zależność $P(b)$ jest zależnością liniową.

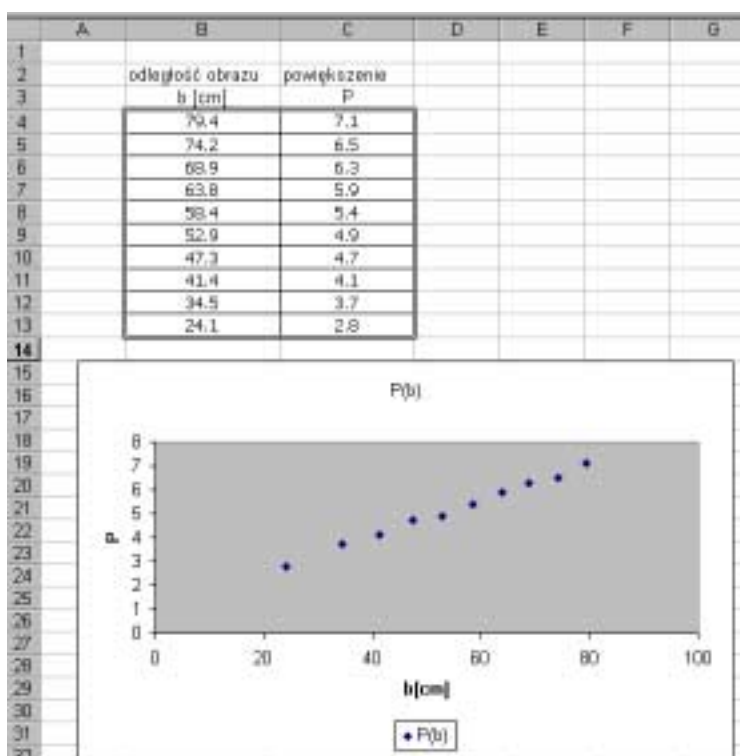
Ilościową informację uzyskamy obliczając kwadrat współczynnika korelacji dla naszego zestawu danych.

Arkusz MS EXCEL ma wbudowane szereg statystycznych funkcji obliczeniowych, które umożliwiają bardzo szczegółową analizę regresji liniowej.

Narzędzia te dostępne są z trzech poziomów pracy z arkuszem.

- Poziom 1. Funkcje
- Poziom 2. Narzędzia analizy danych
- Poziom 3. Analiza wykresu.

Wykorzystamy po kolei wszystkie 3 tryby pracy.



Rys. 2.5. Wprowadzenie danych i wykres punktowy zależności $P(b)$

II.4.4.1. Wykorzystanie funkcji obliczeniowych.**Obliczenie współczynnika korelacji regresji liniowej - funkcja R.KWADRAT**

W wybranej komórce arkusza wpisujemy formułę:

Oblicza ona kwadrat współczynnika korelacji liniowej danych zadanych zakresami komórek arkusza. Otrzymana wartość $0,996$ jest bliska 1 , co potwierdza naszą hipotezę o liniowej zależności pomiędzy danymi.

=R.KWADRAT(C4:C13,B4:B13)

Zakres
zmienności y

Zakres
zmienności x

Obliczenie współczynników prostej regresji.

Współczynnik kierunkowy A: w wybranej komórce arkusza (np.H6) wpisujemy formułę:

=NACHYLENIE(C4:C13,B4:B13)

Współrzedną przecięcia B: w wybranej komórce arkusza (np.H8) wpisujemy formułę:

=ODCIĘTA(C4:C13,B4:B13)

Otrzymujemy odpowiednio wartości (po zaokrągleniu):
 $A=0,0759$ oraz $B=1,007$.

Podane powyżej funkcje ograniczają swoje działanie tylko do regresji liniowej i nie podają informacji o niepewnościach wyznaczonych współczynników **A** i **B**.

Obliczanie parametrów regresji przy użyciu funkcji REGLINP

Większą ilość informacji uzyskamy stosując tablicową funkcję regresji liniowej **REGLINP**. Tworzy ona tablicę parametrów regresji zawierającą min. odchylenia standardowe współczynników **A** i **B**.

Dostęp do tych wartości uzyskujemy wywołując odpowiednie elementy tablicy wyników tej funkcji. Podamy poniżej komplet formuł dla naszego zestawu danych:

Do wybranej komórki trzeba wprowadzić następujące formuły obliczeniowe:

Współczynnik korelacji r^2 :

INDEKS(REGLINP(C4:C13,B4:B13,1,1),3,1)

Zakres
zmienności y

Zakres
zmienności x

INDEKS(REGLINP(C4:C13,B4:B13,1,1),1,1)

Współczynnik nachylenia **A**

INDEKS(REGLINP(C4:C13,B4:B13,1,1),1,2)

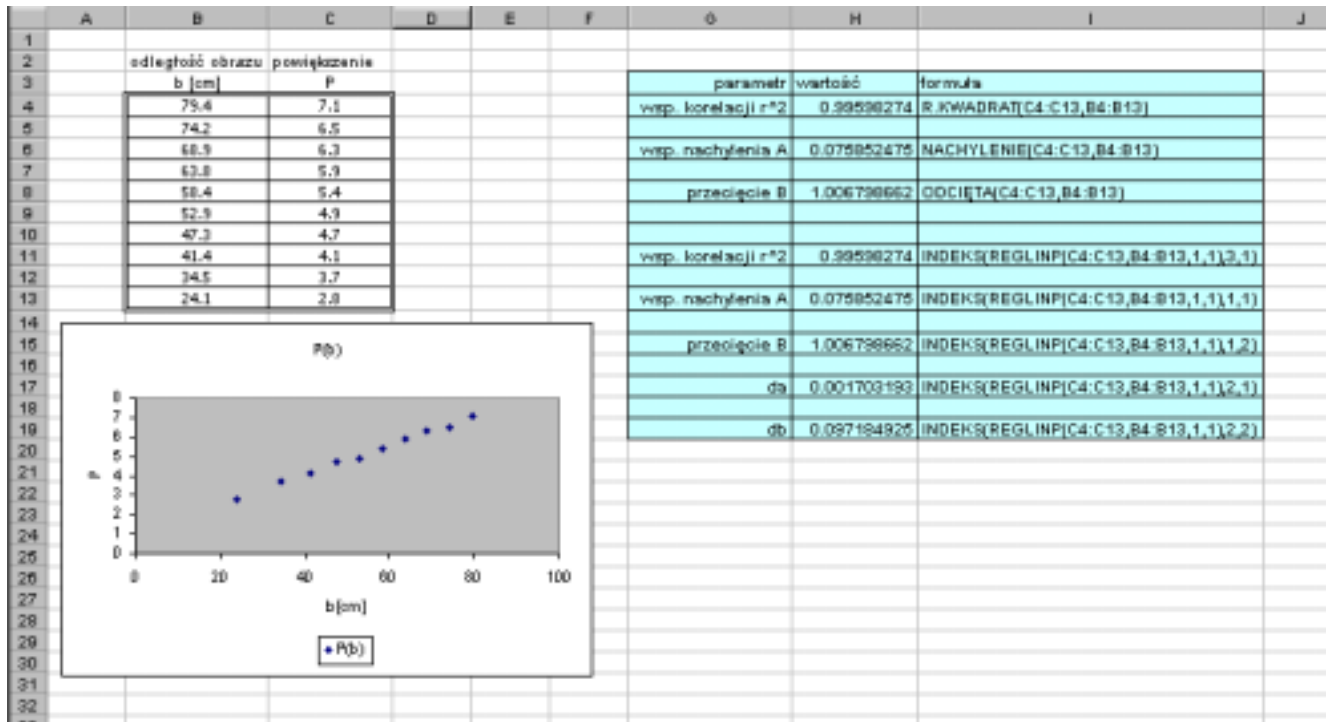
Współczynnik przecięcia **B**

INDEKS(REGLINP(C4:C13,B4:B13,1,1),2,1)

Odchylenie standardowe wsp. nachylenia δ_A

INDEKS(REGLINP(C4:C13,B4:B13,1,1),2,2)

Odchylenie standardowe wsp. przecięcia δ_B



Rys.2.6. Zestawienie wyników obliczeń przy użyciu funkcji arkusza MS EXCEL

Regresja wykładnicza

W podobny sposób możemy uzyskać informacje dla wykładniczej postaci funkcji regresji: $y=ba^x$. W tym celu należy użyć tablicowej funkcji: **REGEXPP**. Podajemy zestaw odpowiednich formuł:

Współczynnik korelacji :

INDEKS(REGEXPP(J5:J12,F5:F12,1,1),3,1)

Zakres
zmienności y

Zakres
zmienności x

INDEKS(REGEXPP(J5:J12,F5:F12,1,1),1,1)

Współczynnik **a**

INDEKS(REGEXPP(J5:J12,F5:F12,1,1),1,2)

Współczynnik **b**

INDEKS(REGEXPP(J5:J12,F5:F12,1,1),2,1)

Odchylenie standardowe wsp. **a**

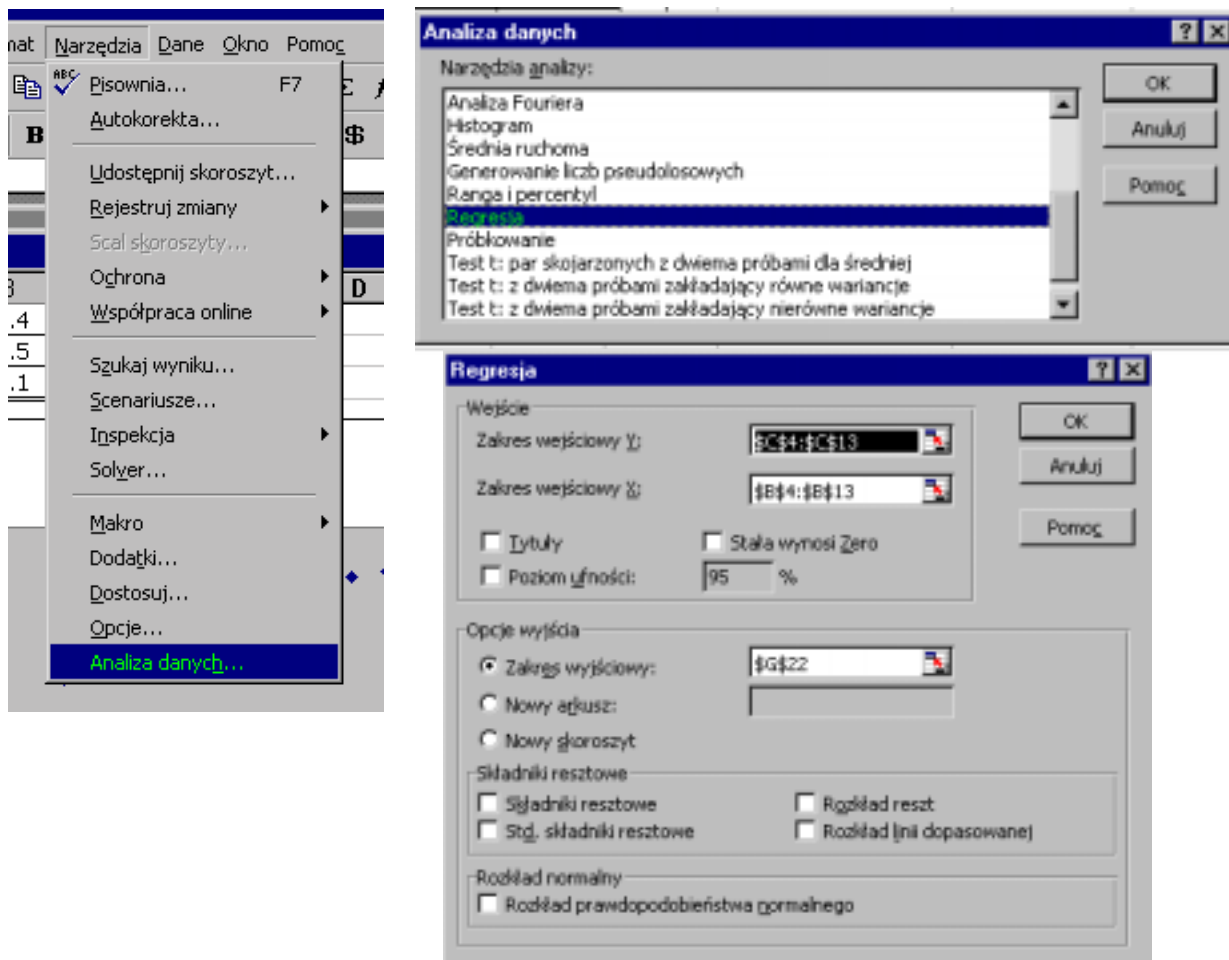
INDEKS(REGEXPP(J5:J12,F5:F12,1,1),2,2)

Odchylenie standardowe wsp. **b**

II.4.4.2. Obliczanie parametrów regresji przy użyciu narzędzia 'Analiza danych'.

Narzędzie *Analiza danych* jest częścią pakietu *Analysis ToolPak*, który wcześniej należy uruchomić wybierając *Dodatki* z menu *Narzędzia* (rys.2.7.)

Z zestawu *Analiza danych* trzeba wskazać narzędzie o nazwie *Regresja* a następnie w odpowiednich oknach podać zakresy danych wejściowych i wskazać miejsce na arkuszu wyprowadzenia uzyskiwanych informacji. Pozostałe opcje dotyczą nie omawianych tutaj parametrów regresji.



Rys.2.7. Uruchamianie narzędzia Regresja z grupy Analiza danych

Minimalny zestaw wystarczający do wyświetlenia potrzebnych danych pokazuje rysunek 2.8.

Jako rezultat otrzymujemy bardzo rozbudowaną ilość informacji o rezultatach regresji podzielonych na trzy grupy: Statystyki regresji, Analizę wariancji i Składniki resztowe.

Omawiane przez nas i potrzebne do analizy wyników elementy to wyróżnione na rysunku 2.8:

Rkwadrat – współczynnik korelacji

Przecięcie – współrzędna przecięcia z osią Y (współczynnik **b**)

Zmienna X1 – nachylenie prostej regresji (współczynnik **a**)

Oraz błędy standardowe (odchylenia standardowe) parametrów .

Szczegółowe objaśnienie dotyczące pozostałych wyświetlanych parametrów statystycznych można znaleźć w pliku pomocy MS EXCEL.

PODSUMOWANIE - WYJŚCIE				
<i>Statystyki regresji</i>				
Wielokrotność R	0.997989348			
R kwadrat	0.99598274			
Dopasowany R kwadrat	0.995480582			
Błąd standardowy	0.091201631			
Obserwacje	10			
ANALIZA WARIANCJI				
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>
Regresja	1	16.4974581	16.49746	1983.40
Resztkowy	8	0.0665419	0.008318	
Razem	9	16.564		
	Współczynniki	Błąd standardowy	t Stat	Wartość-
Przecięcie	1.006798662	0.097184925	10.35962	6.52E-06
Zmienna X 1	0.075852475	0.001703193	44.53546	7.13E-1

Rys.2.8.Statystyki regresji wyznaczone przez użycie narzędzia Analiza danych - Regresja

II.4.4.3. Wyznaczanie równania regresji jako linii trendu wykresu.

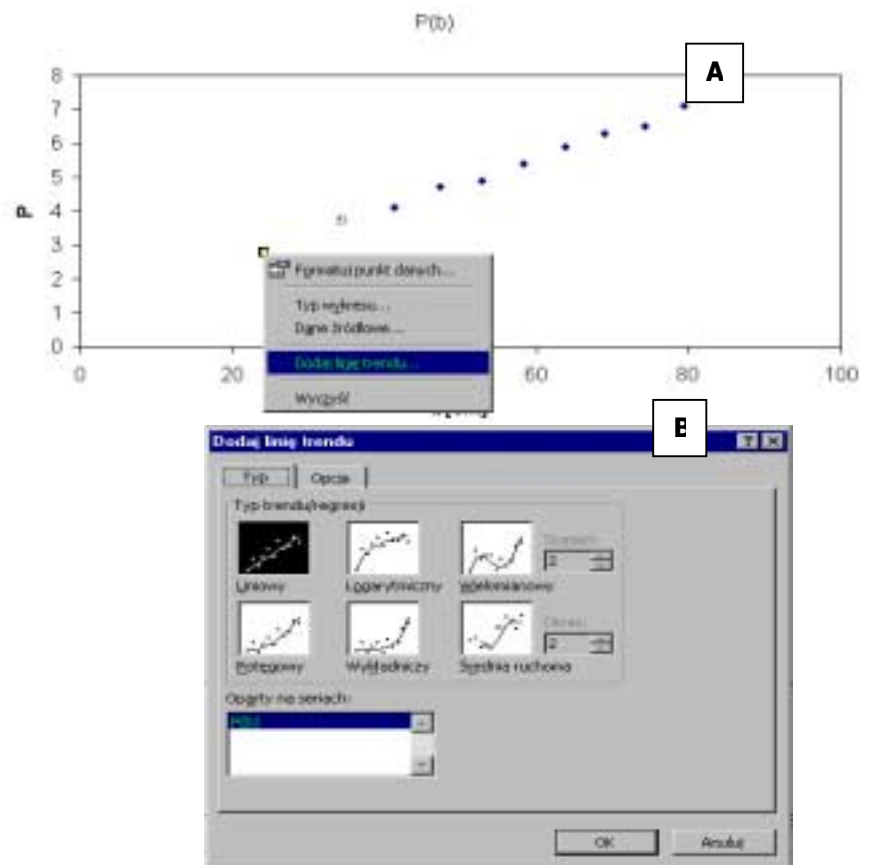
Wygodną i szybką metodą znajdowania równania regresji jest nanoszenie tzw. linii trendu na wykonany wcześniej wykres danych.

W tym celu na wskazując dowolny punkt danych na obszarze wykresu, prawym klawiszem myszki otwieramy okienko menu (patrz **A** na rys.) I wybieramy opcję : *Dodaj linię trendu*. W kolejnym oknie (**B**) wybieramy typ linii regresji. Do dyspozycji mamy funkcje:

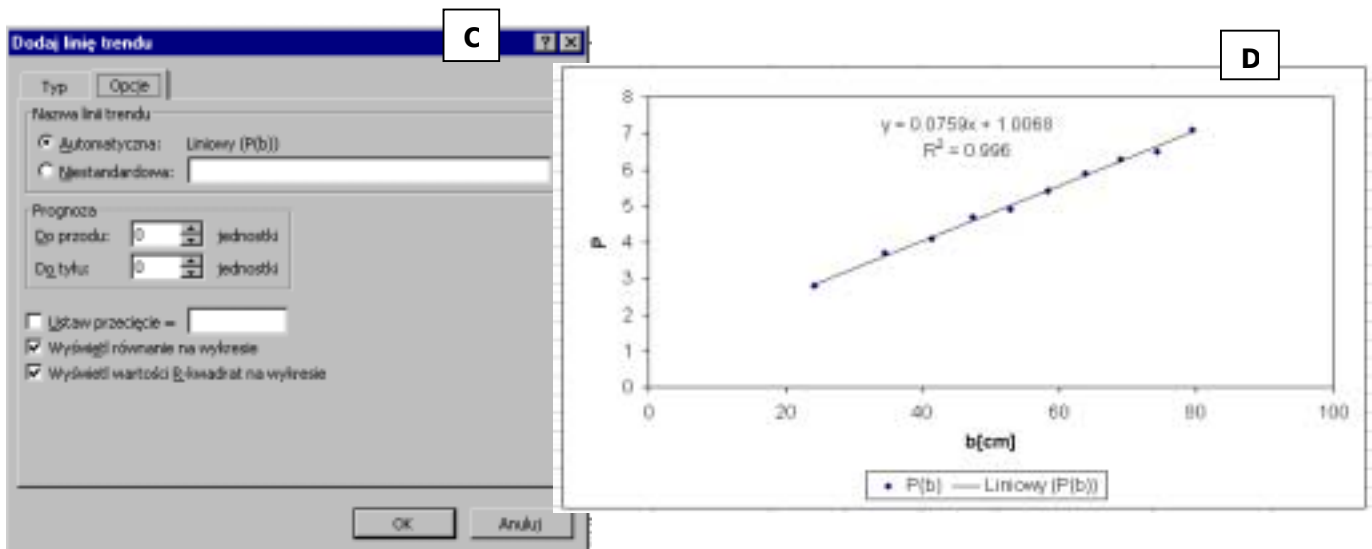
- liniową : $y = a \cdot x + b$
- logarytmiczną ;
 $y = a \cdot \ln(x) + b$
- wielomian (stopnia 2÷6):
 $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$
- potęgową: $y = a \cdot x^b$
- wykładniczą: $y = a \cdot \exp(bx)$
- tzw. ruchomej średniej.

Następnie w *Opcjach* (C) wybieramy dodatkowe informacje, które mają pojawić się na obszarze wykresu min. wyświetlanie równania i współczynnika korelacji. Wśród kilku opcji szczególnie ważne jest *Ustawienie przecięcia*.

Np. w przypadku regresji liniowej i wielomianowej, wybierając ustawienie $=0$ wymuszamy znalezienie linii regresji przechodzącej przez punkt (0,0).



Rys. 2.9. Wybór linii trendu



Rys. 2.10. Wyświetlenie równania linii trendu

W rezultacie w obszarze wykresu (D) wykreślana jest krzywa regresji i wyświetlana jest analityczna postać funkcji regresji i współczynnik korelacji.

Niedostatkami opisywanej metody graficznej jest to, że nie podaje ona wartości odchyłek standardowych wyznaczonych współczynników i nie pozwala na bezpośrednie ich wykorzystanie (jako adres komórki) w formułach obliczeniowych arkusza.

Podsumowanie obliczeń.

Zastosowane powyżej metody przyniosły następujące rezultaty regresji liniowej dla badanego zestawu danych (po zaokrągleniu):

Współczynnik korelacji liniowej $r^2 = 0,995$:

Współczynnik nachylenia: $A = 0,0759 \text{ [cm}^{-1}\text{]}$

Odchylenie standardowe współczynnika nachylenia: $\delta_A = 0,0017 \text{ [cm}^{-1}\text{]}$

Współrzędna przecięcia: $B = 1,0068$

Odchylenie standardowe współrzędnej przecięcia: $\delta_B = 0,0972$

Biorąc pod uwagę, że poszukiwana wartość ogniskowej soczewki $f = 1/A$ otrzymamy:

$f = 13,184 \text{ [cm]}$

Zgodnie z podaną w tabeli (2.1) formułą obliczania błędu bezwzględnego funkcji typu $f = 1/y$, wartość błędu bezwzględnego ogniskowej wyznaczamy ze wzoru:

$$\Delta f = \Delta \left(\frac{1}{A} \right) = \frac{\sigma_A}{|A|} \cdot \frac{1}{|A| - \sigma_A}, \text{ otrzymując: } \Delta f = 0,30 \text{ [cm]}$$

Zatem końcowy zapis wartości ogniskowej przyjmie postać:

$f = (13,2 \pm 0,3) \text{ [cm]}$

III. Pomiary i przyrządy.

Podstawowy schemat systemu pomiarowego zawiera trzy elementy: źródło sygnału niosącego informację o stanie fizycznym badanego obiektu, przetwornik sygnału, który dokonuje jego zamiany na wielkość i wartość możliwą do odczytu, i urządzenie rejestrujące lub umożliwiające odczyt wartości. Źródłem sygnału może być czujnik reagujący na wartość (lub tylko na zmianę) wielkości fizycznej i generujący sygnał mechaniczny, optyczny lub elektryczny, który niesie informację o stanie obiektu. Podstawą funkcjonowania czujników są procesy fizyczne, niejednokrotnie pozornie nie związane z mierzoną wielkością.

Przykładami czujników są: termometr, fotopowielacz, fotoopornik, termistor, magnetometr, Szczególnymi przypadkami pomiarów są te, w których dokonuje się pomiarów w drodze porównania stanów fizycznych obiektów – mostki, fotometry, polarymetry.

W wielu przypadkach częścią systemu pomiarowego jest człowiek, który porównując stan obiektu fizycznego podejmuje decyzję o momencie pomiaru, istotności obserwacji a nawet dokonuje osobiście odczytu, przez co może mieć bezpośredni, subiektywny wpływ na rejestrowane wartości.

Właściwy dobór sprzętu.

Przed zestawieniem systemu pomiarowego konieczne jest przeanalizowanie spodziewanego przebiegu procesu oraz oczekiwanych wartości liczbowych wielkości, które zamierzamy mierzyć w eksperymencie. Z tej analizy wyniknie sposób dokonywania pomiarów, dobór przyrządów i określenie zakresów pomiarowych.

Bez takiej, choćby pobieżnej, analizy istnieje duże prawdopodobieństwo, że albo „przegapimy” jakiś proces nazbyt zwiększając krok i zakres obserwacji albo, ograniczając się do zbadania wąskiego przedziału, nie podejmiemy nawet próby zlokalizowania efektu. W obu przypadkach uzyskane dane, choć dokładne, doprowadzą do wyciągnięcia niepełnych lub wręcz fałszywych wniosków.

Choć wydaje się to trywialne, to jakże często w praktyce laboratorium studenckiego spotykamy próby używania np. mierników prądu stałego zamiast zmiennego, amperomierzy na zakresie 20 A do wyznaczania charakterystyk tranzystorów niskiej mocy czy wagi o czułości 5g do wyznaczania masy rzędu 15 gram.

Od przewidywanej dynamiki procesu zależy musi wybór właściwego urządzenia oraz sposób i częstość dokonywania pomiarów (dobór czasu próbkowania i ilości próbek).

Zakres pomiaru.

Każde urządzenie i układ pomiarowy ma optymalny i krytyczny zakres wartości, które może poprawnie i bezpiecznie mierzyć. Planując eksperyment zawsze trzeba mieć świadomość takich ograniczeń aparatury.

Wynikają one zarówno z konstrukcji (a także jakości i rodzaju użytych elementów i materiałów), jak i z zasady pomiaru (stosowalność użytych zależności funkcyjnych i zakresu kalibracji).

Należy więc, unikać pracy w pobliżu krańców możliwości funkcjonowania i pomiaru przyrządów, poza obszarami kalibracji i poza wskazanymi przedziałami czy punktami pracy.

Przykład: Stosowalność przyrządów używanych do detekcji promieniowania elektromagnetycznego (fotopowielacze, fotokomórki, fotodiody i fototranzystory półprzewodnikowe) zależy od ich charakterystyk widmowych. Użycie np. fotopowielacza z katodą cezowo-antymonową przeznaczonego do detekcji w zakresie bliskiego nadfioletu do pomiarów w podczerwonej części widma tzn. poza optymalnym obszarem jego pracy zmusi do zwiększenia napięcia anodowego, co w może spowodować nieodwracalne uszkodzenie przyrządu. W najlepszym wypadku wskazania jego nie będą miarodajne z uwagi na pracę w nieliniowej części charakterystyki.

Nawet jeżeli inne elementy układu pomiarowego sugerują możliwość zmiany (rozszerzenie) zakresu pomiaru (np. przez zwiększenie wzmocnienia pierwotnego sygnału) to nie należy tego czynić bez przeanalizowania przyczyn ograniczenia zakresu. W przeciwnym razie możemy otrzymać nierzetelne wyniki lub uszkodzić urządzenie.

Ważne jest nie przekraczanie krytycznych (zwykle maksymalnych) wartości prądów lub napięć (wykazywanych w metryczkach lub bezpośrednio na przyrządach), doboru zakresów i polaryzacji wejść. Szczególne znaczenie ma to w przypadku zasilania niezabezpieczonych układów z elementami półprzewodnikowymi, w których łatwo może dojść do nieodwracalnych uszkodzeń.

III.1. Pomiary długości.

W praktyce laboratoryjnej mamy do czynienia z bezpośrednimi pomiarami długości pomiędzy: 1×10^{-6} [m] a 1 [m]. Wybór przyrządu pomiarowego i procedury pomiarowej podyktowany jest rodzajem obiektu, potrzebną dokładnością pomiaru i oczekiwaną wartością długości.

W tabeli zebrano podstawowe informacje o zakresie stosowalności i dokładności prostych przyrządów do pomiaru długości, jakimi są: przymiar liniowy (linijka), suwmiarka, śruba mikrometryczna, czujnik zegarowy, stolik pomiarowy i mikroskop pomiarowy. Pominięto nowoczesne elektroniczne przyrządy pomiarowe wykorzystujące zmiany pojemności elektrycznej lub oporu oraz odbicie fali ultradźwiękowej.

Tabela 3.1. Zakres wykorzystania przyrządów do pomiarów długości

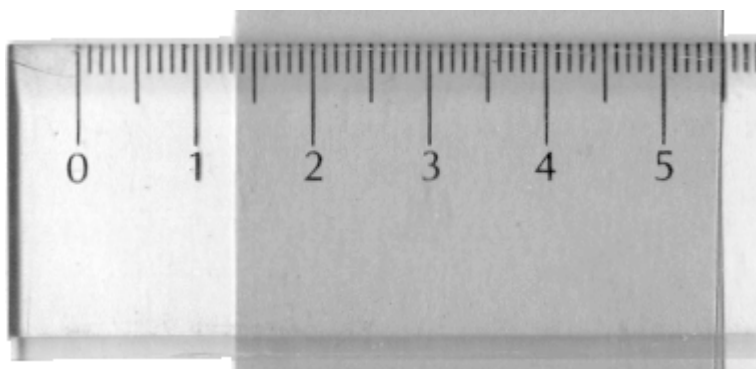
Przyrząd	Praktyczny zakres zastosowań	Maksymalna praktyczna dokładność	Zakres stosowania
Przymiar liniowy	2×10^{-2} [m] – 5 [m]	5×10^{-4} [m]	Rozmiary przedmiotów i pomieszczeń, odległości elementów na ławach optycznych.
Suwmiarka	1×10^{-3} [m] – 5×10^{-2} [m]	5×10^{-5} [m]	Zewnętrzne rozmiary, wewnętrzne rozmiary otworów.
Śruba mikrometryczna	1×10^{-5} [m] – 1×10^{-2} [m]	1×10^{-6} [m]	Zewnętrzne rozmiary obiektów.
Czujnik zegarowy	1×10^{-5} [m] – 1×10^{-2} [m]	1×10^{-6} [m]	Pomiary przemieszczeń.
Stoliki pomiarowe	1×10^{-3} [m] – 5×10^{-2} [m]	1×10^{-4} [m]	Pomiary przemieszczeń.
Skale mikroskopowe	1×10^{-6} [m] – 5×10^{-3} [m]	5×10^{-7} [m]	Rozmiary obiektów oglądanych pod mikroskopem optycznym.

Źródła błędów przy pomiarach długości

1. trudny do zdefiniowania początek skali, luzy mechaniczne, wadliwa skala
2. paralaksa
3. grubość kresek podziałki
4. rozszerzalność termiczna obiektów i przyrządu

III.1.1. Przymiar liniowy.

Pomiar polega na porównaniu mierzonego rozmiaru ze skalą przymiaru. Ze względu na częste uszkodzenia lub niedokładności wykonania początku skali zaleca się pomiar różnicowy tzn. takie umieszczenie przymiaru względem mierzonego przedmiotu aby można było odczytać położenia jego krawędzi. Różnica odczytów daje wartość poszukiwaną. – patrz rysunek. Rozmiar przedmiotu na rysunku wynosi $55,0 - 13,5 = 41,5$ [mm].



Rys. 3.1. Przymiar liniowy

Należy zwrócić uwagę na niską dokładność dostępnych w handlu popularnych przymiarów. Łatwo się o tym przekonać porównując odczyty dokonane różnymi przymiarami (nierzadko z tej samej serii produkcyjnej). Poradzić z tym problemem można dokonując kalibracji posiadanego przymiaru względem atestowanego przymiaru wzorcowego.

Maksymalna dokładność pomiaru (rozdzielczość teoretyczna) : $\frac{1}{2}$ wartości najmniejszej podziałki przymiaru.

III.1.2. Suwmiarka.

Przeznaczenie: obiekty o rozmiarach $1 \times 10^{-3}[\text{m}] - 5 \times 10^{-2}[\text{m}]$; dokładność pomiaru do $5 \times 10^{-5}[\text{m}]$

Przedstawiony na rys.3.2 przyrząd składa się z dwóch elementów z podziałkami. Jeden z nich z główną podziałką mm (a także często calową) jest nieruchomy, drugi z podziałką tzw. noniusza jest ruchomy. Oba zakończone są dwustronnymi szczękami, przy pomocy których możemy precyzyjnie objąć mierzony obiekt. Mniejsze szczęki służą do pomiarów wewnętrznych, np. średnic otworów a ich krawędzie pomiarowe są przesunięte względem szczęk głównych o 5 mm. Dodatkowo w niektórych wykonaniach ruchomy element wyposażony jest w wysuwający się ze stopki suwmiarki trzpień. Służy on do pomiarów głębokości otworów a wartość wysuwu odczytywana jest tak samo jak w przypadku wykorzystania szczęk.

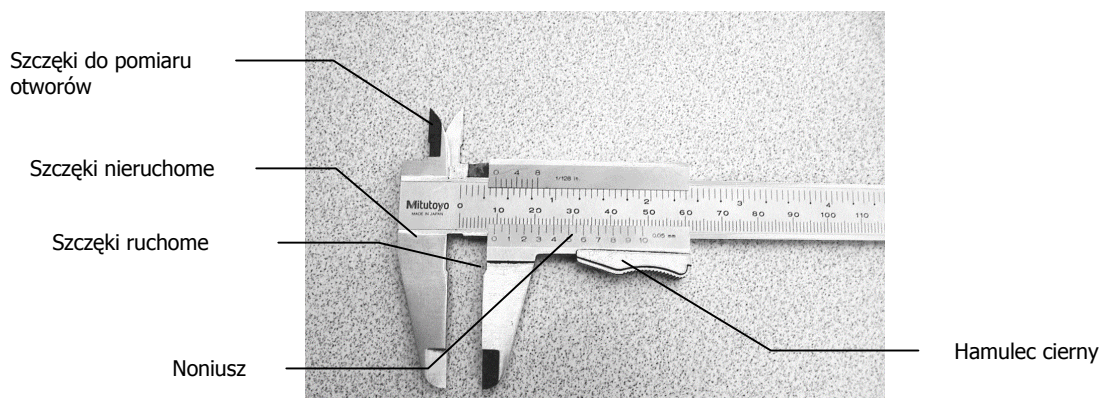
Przed przystąpieniem do pomiaru należy sprawdzić tzw. zero skali. Przy dokładnie zsuniętych szczękach początkowa kreska noniusza powinna dokładnie pokrywać się z zerową kreską skali głównej. Jeśli tak nie jest to należy określić, która kreska podziałki noniusza jest dokładnie przedłużeniem jednej z kresek skali głównej. Odpowiadająca jej wartość (patrz niżej: wykorzystanie noniusza) jest błędem zera skali, który musi być uwzględniony w dalszych pomiarach **przez wprowadzenie stałej poprawki.**

Mierzony obiekt umieszczamy między szczękami i, zwolnwszy hamulec czarny, dosuwamy ruchomą szczękę do krawędzi obiektu, pamiętając o nie odkształcaniu przedmiotu!

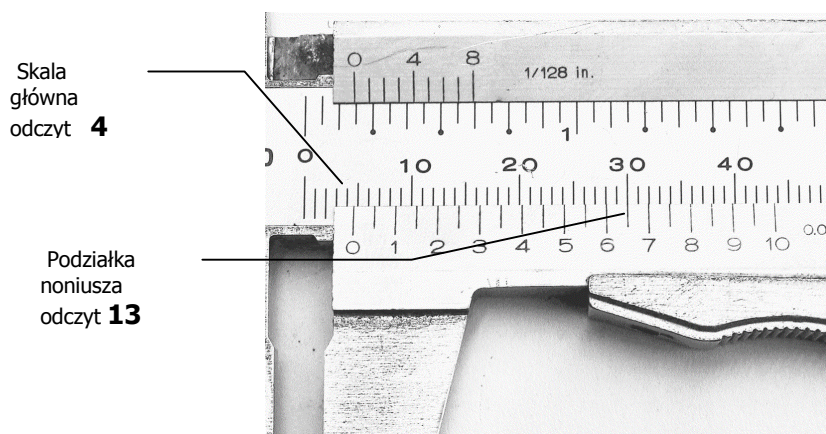
Odczyt wartości jest kilkuetapowy:

1. Najpierw należy ustalić dokładność noniusza, tzn. wartość odpowiadającą najmniejszej podziałce noniusza. Jeśli noniusz podzielony jest na 10 części to jest to 0,1 mm, jeśli na 20 (rys.3.3) to jest to 0,05mm.
2. Z podziałki głównej odczytujemy wartość **bezpośrednio przed** punktem zerowym noniusza. Będzie to całkowita liczba mm odczytu („4” na rysunku)
3. Na podziałce noniusza znajdujemy działkę, która jest dokładnie przedłużeniem jednej z kresek podziałki głównej. Jej wartość liczbową, (jest to **13 kreska** na rysunku) należy pomnożyć przez dokładność noniusza (**$13 \times 0,05 = 0,65$**)
4. Wynik ostateczny powstaje przez dodanie tych dwóch wartości (**$4 + 0,65 = 4,65[\text{mm}]$**)

Maksymalna dokładność pomiaru: odpowiednik 1 podziałki noniusza (0,1 lub 0,05 mm)



Rys.3.2. Suwmiarka

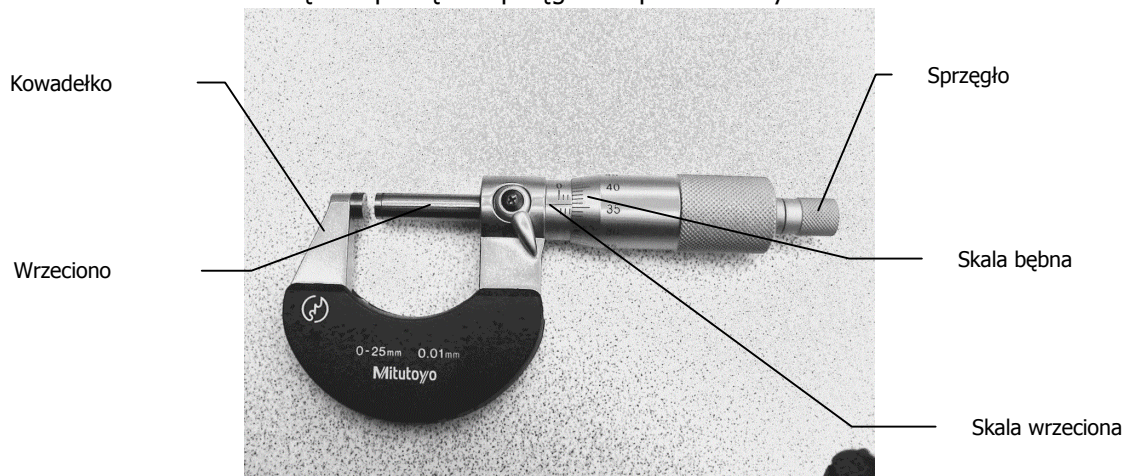


Rys.3.3. Odczyt przy pomocy noniusza suwmiarki

III.1.3. Śruba mikrometryczna.

Przeznaczenie: objekty o rozmiarach $1 \times 10^{-5}[\text{m}] - 1 \times 10^{-2}[\text{m}]$; dokładność do $1 \times 10^{-6}[\text{m}]$

Budowa – rys. 3.4.: przez obrót bębna precyzyjnie wykonana śruba przesuwa ruchome wrzeciono w kierunku nieruchomego kowadełka. Mierzony przedmiot umieszczamy pomiędzy kowadełkiem a wrzecionem. Przez obrót bębna pokrętła sprzęgiełka przesuamy wrzeciono w kierunku ściany



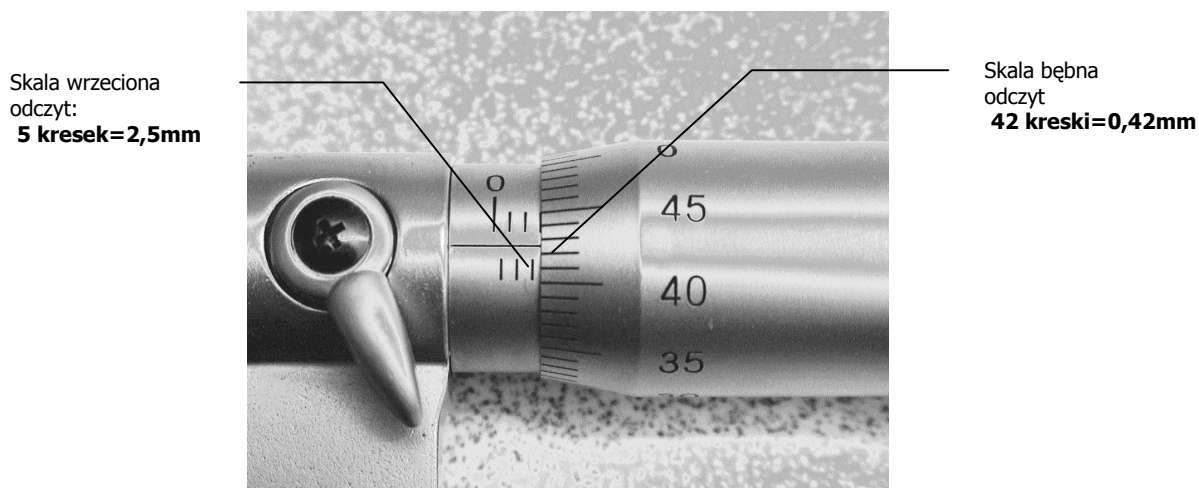
Rys.3.4. Śruba mikrometryczna

przedmiotu. Bęben wyposażony jest w sprzęgło cierne, który ogranicza siłę docisku powierzchni przyrządu do przedmiotu i dodatkowo zapobiega uszkodzeniom samej śruby. Dlatego też bęben należy obracać przy pomocy umieszczonej na końcu główki.

Przyrząd wyposażony jest w dwie skale: liniową na wrzecionie i obrotową na bębnie. Jeden pełen obrót bębna odpowiada przesunięciu o 0,5mm i wówczas krawędź bębna odsłania kolejną działkę na nieruchomej skali wrzeciona (kreski podziałki umieszczone są naprzemianlegle, co 0,5 mm).

Skala na bębnie podzielona jest na 50 części, co daje 0,01 mm na podziałkę tej skali.

Przed przystąpieniem do pomiaru należy sprawdzić zero skali. Przy dokładnie przylegających powierzchniach wrzeciona i kowadełka (posługujemy się wyłącznie główką sprzęgła!) zerowa kreska bębna powinna dokładnie pokrywać się z linią środkową (wzdłuż osi śruby) podziałki nieruchomej. Jeśli tak nie jest to należy określić wartość błędu zera skali, który musi być uwzględniony w dalszych pomiarach **przez wprowadzenie stałej poprawki.**



Rys. 3.5. Odczyt wartości ze skal śruby mikrometrycznej

Aby prawidłowo odczytać wartości należy (patrz rys. 3.5.):

1. Policzyć liczbę odsłoniętych przez krawędź bębna kresek nieruchomej skali liniowej (**5 kresek na rysunku**). Odsłonięcie jednej kreski odpowiada pełnemu obrotowi bębna co oznacza przesuw o **0,5 mm**. Tak więc odczyt będzie **5 kresek x 0,5mm = 2,5mm**. Jest to pierwszy składnik ostatecznego wyniku.

- Określić, która kreska podziałki bębna pokrywa się z linią środkową na wrzecionie (**42 na rysunku**). Jedna kreska tej podziałki odpowiada przesuwowi o **0,01mm**, a zatem odczyt wartości daje: **$42 \times 0,01 = 0,42 \text{ mm}$** i jest to drugi składnik ostatecznego wyniku.
- Dodać te dwie wartości: **$2,5 + 0,42 = 2,92 \text{ mm}$** . Jest to końcowy wynik odczytu.

Maksymalna dokładność pomiaru: 0,005mm (najczęściej 0,01mm)

III.1.4. Czujnik zegarowy.

Przeznaczenie: przemieszczenia o wartościach $1 \times 10^{-5}[\text{m}] - 1 \times 10^{-2}[\text{m}]$; dokładność do $1 \times 10^{-6}[\text{m}]$

Zasada funkcjonowania: przesuw ruchomego trzpienia wywołuje obrót mechanizmu zegarowego a zarazem wskazówek względem kołowej skali.

W celu pomiaru przemieszczenia obiektu należy umocować czujnik nieruchomo poprzez zamocowanie nieruchomej obudowy trzpienia w taki sposób, że każde przemieszczenie płaszczyzny obiektu względem punktu zamocowania czujnika wywołuje przesuw sprężyste osadzonego trzpienia.

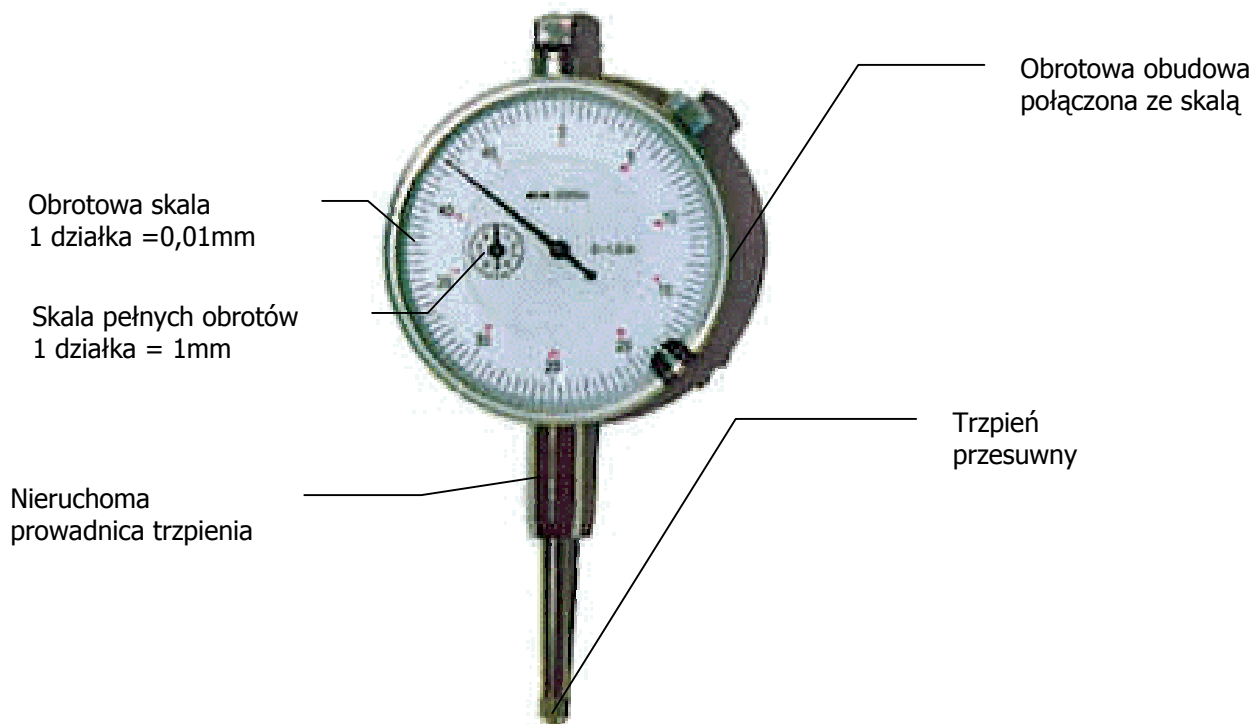
Przyrząd wyposażono w dwie skale. Podstawowa, duża skala jest najczęściej podzielona na 100 podziałek (1 podziałka 0,01mm) a pełen obrót dużej wskazówki odpowiada przemieszczeniu trzpienia o 1mm. Wówczas też następuje zmiana położenia wskazówki na małej skali, która rejestruje pełne obroty, a zatem jej podziałka to 1mm. Spotyka się też urządzenia bardziej precyzyjne, w których jeden obrót dużej wskazówki odpowiada przemieszczeniu o 0,5mm.

Wartość odczytu powstaje więc z dwóch części: całkowitej liczby (w mm) odczytanej z małej skali i liczby setnych części mm odczytanych ze skali podstawowej.

Odczyt wartości przemieszczenia najczęściej odbywa się na drodze różnicowej tzn. odejmowania odczytów dla końcowego i początkowego położenia trzpienia czujnika. Trzeba przy tym pamiętać, że przyrząd reaguje zarówno na wysuwanie jak i chowanie się trzpienia a zatem obserwacja kierunku obrotu wskazówek ma zasadnicze znaczenie dla interpretacji wskazań.

Jeśli trzpień chowa się w trakcie pomiaru to obie wskazówki obracają się w prawo (wskazania przyrastają) i wartość przemieszczenia otrzymujemy prze odejmowanie odczytu początkowego od końcowego.

Jeśli jednak trzpień wysuwa się to wskazówki obracają się w lewo (wskazania coraz mniejsze) i wartość przemieszczenia otrzymamy odejmując odczyt końcowy od początkowego.



Rys.3.6. Czujnik zegarowy

Powyższe rozważania prowadzą do ogólnego wniosku, że wartość przesunięcia otrzymujemy jako **wartość bezwzględna różnicy dwóch odczytów**.

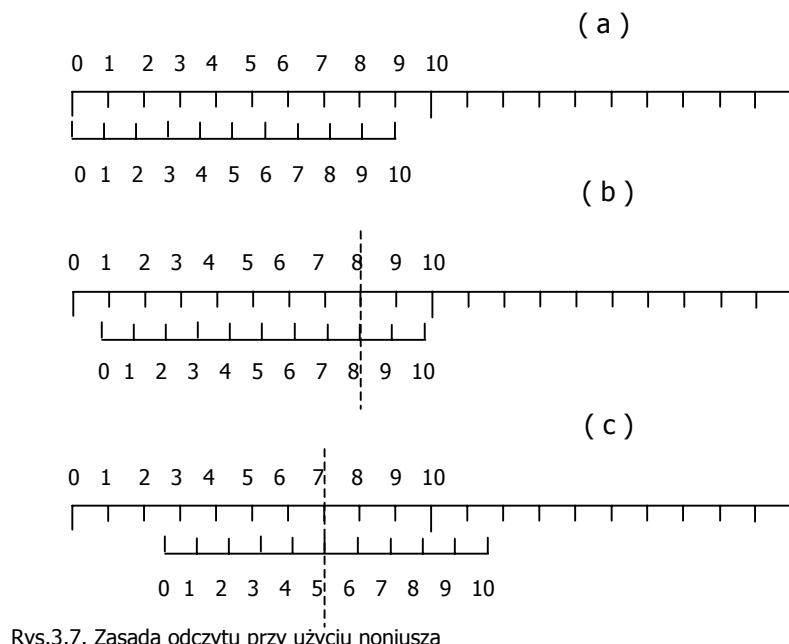
Przez obrót obudowy i skali można doprowadzić do wyzerowania przyrządu (podstawowej skali) i uprościć sobie zadanie.

Maksymalna dokładność pomiaru: 0,01mm (w niektórych wykonaniach 0,005mm)

III.1.5. Wykorzystanie noniuszów w odczytach.

Dokładność skal wielu przyrządów wskaźnikowych (np. suwmiarek, kątomierzy, przyrządów optycznych ale także np. pokręteł w przyrządach elektrycznych) można zwiększyć o jeden rząd wielkości wprowadzając pomocniczą skalę zwaną **noniuszem**.

Zasada wykorzystania najczęściej spotykanych noniuszy polega na tym, że pomocnicza skala ma długość równą 9 długościom jednostki skali podstawowej i jest podzielona na 10 równych części. Zatem jednostka noniusza jest równa 0,9 jednostki skali podstawowej (w przypadku typowej suwmiarki jest to $9 \times 1 \text{ mm} = 9 \text{ mm}$ podzielone na 10 części czyli 0,9mm) – patrz rysunek. Jeśli zero noniusza i zero skali głównej pokrywają się to odstęp pomiędzy 1 działką skali głównej a 1 noniusza wynosi 0,1mm, odstęp pomiędzy 2 działką skali głównej i 2 działką noniusza $2 \times 0,1 = 0,2 \text{ mm}$ i odpowiednio pomiędzy 9 działkami 0,9mm. Jeśli w wyniku ustawienia noniusza jego 1 działka pokrywa się z 1 działką skali głównej to oznacza to, że noniusz przesunięto o 0,1 mm. Jeśli to druga działka pokrywa się z drugą to przesunięcie wynosiło 0,2mm itd. Zatem pokrywanie się n-tej działki noniusza oznacza przesunięcie zera noniusza o $n \times 0,1 \text{ mm}$ względem zera głównej skali. Na rys. (b) odczytamy **$0 + 8 \times 0,1 = 0,8 \text{ mm}$** Sytuacja powtarza się gdy zero noniusza minie pierwszą i kolejne działki (np. k) skali głównej. Ponownie pokrywanie się n-tej działki noniusza z jedną z działek skali głównej wyznaczy przesunięcie o wartość $n \times 0,1 \text{ mm}$, tym razem trzeba jednak dodać wartość przesunięcia samego zera noniusza o k. Na rysunku (c) odczytamy: **$2 + 5 \times 0,1 = 2,5 \text{ mm}$**

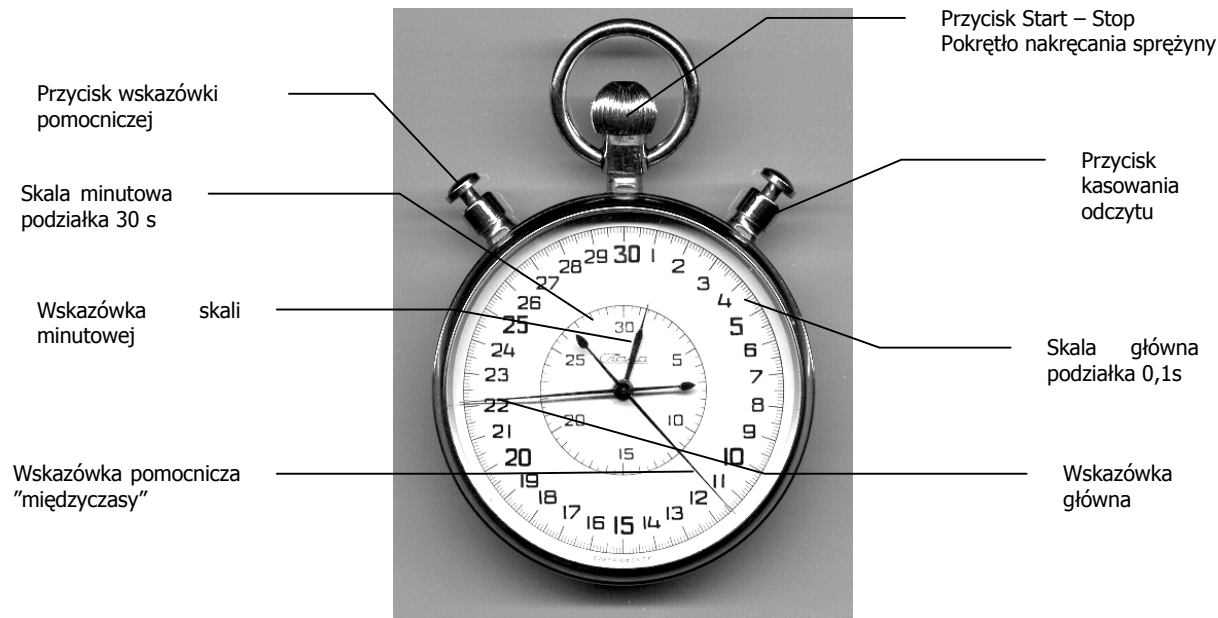


W innych typach noniuszy stosuje się podziały na 30, 50 i 60 części umożliwiające zwiększenie dokładności odczytu odpowiednio do $1/30$, $1/50$ i $1/60$ jednostki skali głównej, a także noniusze ze skalą dwustronną symetrycznie rozłożoną względem zera noniusza.

III.2. Pomiary czasu.

Pomiary czasu dokonuje się przy użyciu czasomierzy mechanicznych lub elektronicznych.

Typowy czasomierz mechaniczny – „stoper” wyposażony jest w uruchamiający pomiar przycisk Start-Stop, przycisk kasowania odczytu oraz przycisk kontroli wskazówki pomocniczej tzw. międzyczasów. Skala główna z podziałką 0,1 s uzupełniona jest mniejszą skalą minutową z podziałką 60 lub 30 sekundową.



Rys.3.8. Stoper mechaniczny

Odczyt z czasomierza mechanicznego polega na zsumowaniu wskazań z małej skali minutowej (60 [s] na rysunku) i położenia wskazówki głównej (22,1[s]). Odczyt wskazania ze zdjęcia wynosi: 82,1[s]. Pomocniczą wskazówkę międzyczasów można wykorzystać do określania odstępów czasu. Wówczas pośredni pomiar rejestrujemy przez naciśnięcie przycisku pomocniczego a w celu ustalenia odstępów czasu odejmujemy odczyty wskazówki głównej i pomocniczej.

Maksymalna dokładność pomiaru: 0,1[s].

Sekundomierze elektroniczne wyposażone są w wyświetlacz cyfrowy i podobnie jak w stoperach mechanicznych pomiar uruchamiany i zatrzymywany jest przyciskiem. Dodatkowy przycisk służy do kasowania wskazań. Zazwyczaj możliwy jest także odczyt międzyczasów.

Odczyt wskazań jest bezpośredni, z wyświetlacza cyfrowego a rozdzielczość wskazań wynosi 0,01[s].

W ręcznie dokonywanych pomiarach czasu istotnym czynnikiem wpływającym na obniżenie dokładności jest indywidualny czas reakcji eksperymentatora. Dlatego też, duża rozdzielczość czasomierzy elektronicznych w praktyce nie jest wykorzystywana. Praktyczna dokładność ręcznego pomiaru czasu nie jest większa niż 0,2[s].



Rys.3.9. Odczyt wskazań stopera

Pomiary okresu czasu zjawisk periodycznych.

Ze względu na niepewności pomiarowe w przypadkach zjawisk okresowych jednokrotny pomiar okresu czasu należy zastąpić pomiarem czasu trwania kilku (N) cykli zjawiska. W ten sposób błąd bezwzględny wyznaczenia pojedynczego okresu ΔT jest N razy mniejszy od błędu bezwzględnego popełnianego przy pojedynczym pomiarze czasu Δt ($\Delta T = \Delta t / N$). Dalsze zwiększenie jakości pomiaru uzyskuje się przez wielokrotne powtarzanie pomiarów czasu trwania kilku cykli i obliczenie odchylenia standardowego wartości średniej.

III.3. Kontrola i pomiar temperatury.

Większość procesów fizycznych jest zależna bezpośrednio lub pośrednio od temperatury a pomiar temperatury jest jednym z podstawowych pomiarów w eksperymencie fizycznym. Do pomiaru temperatury stosuje się całą gamę przyrządów opartych na różnych efektach. Podstawowe to termometry cieczowe, gazowe, akustyczne, magnetyczne (do pomiaru bardzo niskich temperatur) termopary, termometry oporowe, termometry półprzewodnikowe, termometry optyczne (pirometry i termometry ciekłokrystaliczne).

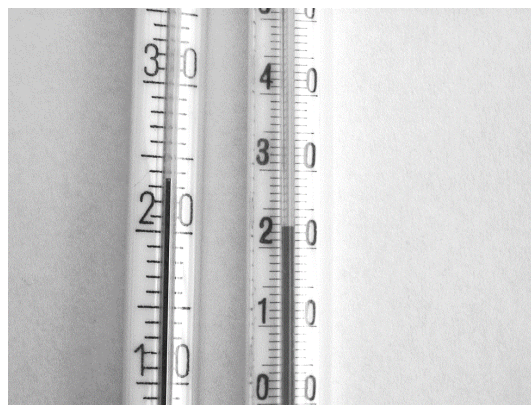
Omówione zostaną tylko niektóre z nich, najczęściej spotykane w pracowni fizycznej.

III.3.1. Termometry cieczowe.

Ich działanie oparte jest na zjawisku termicznej rozszerzalności objętościowej cieczy. Objętość i w konsekwencji wysokość słupa cieczy zamkniętego w rurce kapilarnej zmienia się z temperaturą. W zależności od zakresu pracy jako cieczy pomiarowych wykorzystuje się najczęściej alkohol (161 K – 350K) i rtęć (235K-630K). Skale cieczowych termometrów laboratoryjnych są liniowe (patrz rysunek) i wyskalowane w stopniach (deg). W celu utrzymania dużej rozdzielczości odczytów w pomiarach o szerokim zakresie temperatur stosuje się zestawy termometrów o węższych zakresach.

Termometry cieczowe charakteryzują się dużą bezwładnością odczytów i ograniczonym zastosowaniem ze względu na rozmiary i konieczność bezpośredniego optycznego odczytu. Na dokładność odczytu bardzo duży wpływ ma efekt paralaksy.

W laboratoryjnych termometrach rtęciowych w odróżnieniu od termometrów lekarskich nie występuje przewężenie kapilary blokujące powrót rtęci (utrzymanie odczytu maksymalnego) i dlatego nie należy ich wstrząsać w celu obniżenia słupa rtęci!!

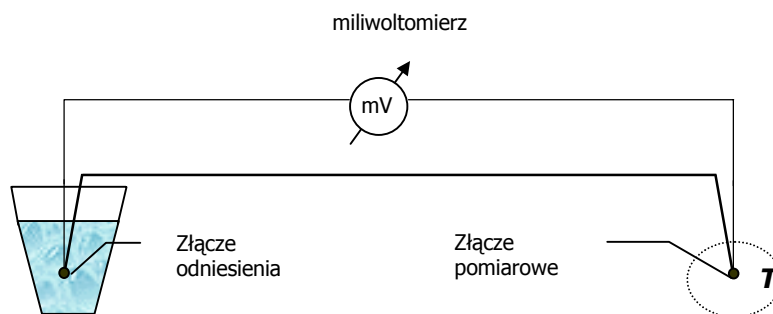


Rys. 3.10. Termometry cieczowe

Rozdzielczość termometrów cieczowych nie przekracza 0,1 deg a najczęściej jest to 0,5 deg.

III.3.2. Termopary.

Ich funkcjonowanie oparte jest na zjawisku Seebecka, tj. powstawania siły termoelektrycznej w obwodzie złożonym z dwóch złączonych (zespawanych lub zlutowanych) różnych przewodników metalicznych (o różnych pracach wyjścia), w którym występują różnice temperatur między złączami. Jedno ze złączy utrzymywane jest w temperaturze odniesienia (najczęściej mieszaninie wody z lodem o temperaturze krzepnięcia wody) a drugie jest złączem pomiarowym. W innych rozwiązaniach występuje tylko złącze pomiarowe (czujnik) a potencjał odniesienia realizowany jest elektronicznie (tzw. zero elektryczne). Cienkie przewody termopar są izolowane elektrycznie i chemicznie od środowiska (umieszczane w osłonkach teflonowych lub ceramicznych).

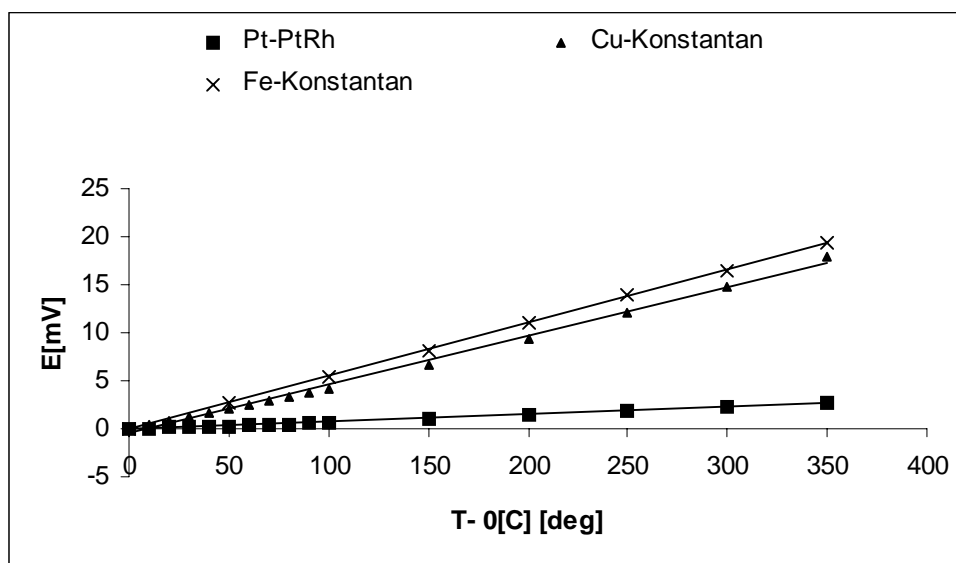


Rys.3.11. Pomiar temperatury za pomocą termopary

W celu zwiększenia wartości siły termoelektrycznej termopary łączy się szeregowo w tzw. termostosy. Zaletą termopar jest ich niska bezwładność (duża szybkość reakcji), szeroki zakres temperatur (co wymaga jednak szerokopasmowego skalowania) i przede wszystkim zdalny odczyt w postaci sygnału elektrycznego.

Najczęściej wykorzystywanymi metalami są układy: platyna+stop platyna/rod; stop chrom-nikiel – stop nikiel-mangan-aluminium-krzem; miedź- stop chrom-nikiel, miedź-konstantan(stop miedź-nikiel), żelazo-konstantan,

Powstająca siła termoelektryczna jest funkcją (w przybliżeniu liniową) temperatury a do jej pomiaru wykorzystuje się miliwoltomierz, który po przeskalowaniu może bezpośrednio dawać odczyty temperatury. Postać zależności siły termoelektrycznej od temperatury uzyskuje się przez kalibrację w formie krzywej kalibracji lub równania krzywej regresji (w wąskim zakresie temperatur jest to zwykle zależność liniowa). Ze względu na niskie koszty i łatwość samodzielnego wykonania termopary są powszechnie wykorzystywane w praktyce laboratoryjnej.



Rys.3.12. Charakterystyki różnych termopar

Rozdzielczość odczytu zależy od dokładności kalibracji i wykorzystywanego miernika i może osiągać 1×10^{-3} K.

Zdjęcie 3.12. przedstawia uniwersalny miernik temperatury wykorzystujący termoparę stop nikiel-aluminium + stop nikiel-chrom, który można w zależności od wersji obudowy czujnika wykorzystywać w zakresie 223[K] – 1500[K]. Rozdzielczość odczytu 0,1 deg, dokładność pomiaru 0,3-0,5%. Odczyt możliwy jest zarówno w stopniach skali Celsjusza jak i Fahrenheita.

III.3.3. Termometry oporowe.

Oparte są na zależności oporu elektrycznego elementu od temperatury. Termometry te wykorzystują zarówno czujniki metaliczne, najczęściej platynowe, jak i półprzewodnikowe (termistory). Są to więc, wyskalowane odpowiednio do charakterystyki czujnika mierniki oporu elektrycznego. Charakterystyka termo-oporów metalowych jest w wąskich przedziałach temperatury liniowa, podczas gdy półprzewodnikowych termistorów wykładnicza, co sprawia, że w procesie skalowania tych ostatnich należy dokonać linearyzacji (przez logarytmowanie) sygnału.

W skład zestawu miernika wchodzi czujnik z zabudowanym, odizolowanym elektrycznie i chemicznie elementem oporowym oraz miernik elektryczny, obecnie cyfrowy.

Odczyt wartości temperatury następuje bezpośrednio z wyświetlacza przyrządu, po wybraniu odpowiedniego zakresu i czułości.



Rys.3.13. Elektroniczny termometr wykorzystujący czujnik termoparowy

Mierniki tego rodzaju charakteryzują się dużą wygodą użytkowania, wysoką powtarzalnością pomiaru (wykorzystywane są jako termometry wzorcowe) i przeciętną bezwładnością (znacznie większą niż termopary). Z uwagi na zdalny odczyt w postaci sygnału elektrycznego oporowe mierniki temperatury są powszechnie stosowane w praktyce laboratoryjnej i przemyśle jako elementy automatyki dla temperatur z zakresu 200[K] – 600[K].

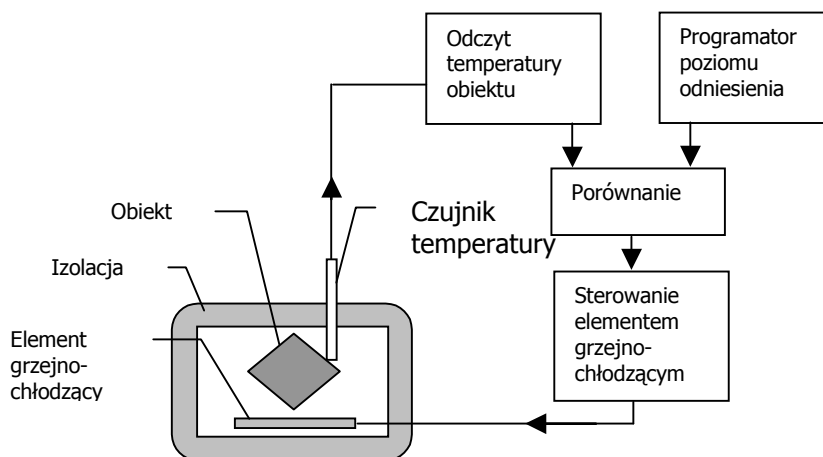
Ich czułość jest mniejsza niż termopar i osiąga 0.1[deg].

III.3.4. Kontrola temperatury.

Zapewnienie kontroli zmiany i stabilizacji temperatury na zadanym poziomie jest jednym z podstawowych elementów planowania większości eksperymentów.

Schemat ideowy systemu kontroli temperatury pokazuje rysunek.

W uproszczeniu zasadę kontroli można przedstawić następująco. Czujnik temperatury obiektu generuje sygnał, który jest porównywany przez komparator z sygnałem odniesienia (temperaturą żadaną) ustawianym przez blok programatora. Jeśli temperatura obiektu jest niższa niż założona przez programator to sterownik elementu grzejnego uruchamia grzanie (najczęściej generuje impuls prądowy). Po osiągnięciu żądanej wartości temperatury, sterowanie grzałki zostaje wyłączone. W przypadku gdy temperatura obiektu jest wyższa niż poziom odniesienia uruchamiane jest chłodzenie (np. przez płytki Peltiera). Zaawansowane programatory umożliwiają zaprogramowanie całych procesów zmian temperatury, szybkości a nawet funkcyjnych charakterystyk czasowych.



Rys.3.14. Schemat układu kontroli temperatury

III.3.4.1. Termostat cieczowy.

W pracowni fizycznej do kontroli temperatury wykorzystuje się powszechnie ultratermostat cieczowy.

Wymiana ciepła z obiektem odbywa się za pośrednictwem cieczy (wody) tłoczonych przez pompę w obiegu zamkniętym składającym się ze zbiornika termostatu, przewodów łączących i komory pomiarowej obiektu.

W zbiorniku termostatu zanurzona jest grzałka elektryczna sterowana przez zasilacz.

Elementem realizującym dwie funkcje: programatora i komparatora pełni **termometr kontaktowy**. Jest to zmodyfikowany termometr rtęciowy, w którego rurkę kapilarną wprowadzono drut metalowy połączony ze znacznikiem. Obrót zewnętrznego magnesu wywołuje obrót umieszczonego wewnątrz obudowy termometru i zespolonego ze śrubą magnesu. Obróty śruby wywołują przesuwanie się nakrętki. Połączony z nią znacznik przesuwa się wówczas względem skali termometrycznej. Do wnętrza zbiornika z przewodzącą rtęcią doprowadzony jest cienki przewód elektryczny. Drugi taki przewód połączony jest ze znacznikiem. Tak więc rtęć w kapilarze termometru i umieszczony w nim drucik są elementami zewnętrznego obwodu elektrycznego sterującego pracą grzałki. W zależności od położenia znacznika (drucika) obwód ten jest zamknięty (temperatura w zbiorniku jest równa lub wyższa od założonej) i grzałka jest wyłączona lub otwarty (temperatura jest niższa niż pokazuje znacznik) i grzałka wówczas jest włączona. Praca grzałki sygnalizowana jest przez lampkę na obudowie termostatu.

Czułość regulacji jest rzędu 0,1 [K]. Nie oznacza to jednak uzyskiwania takiej zdolności programowania i stabilizacji temperatury na najczęściej oddalonym od termostatu obiekcie. Ze względu na straty ciepła na doprowadzeniach wody i na samym obiekcie dokładność ta znacznie spada.

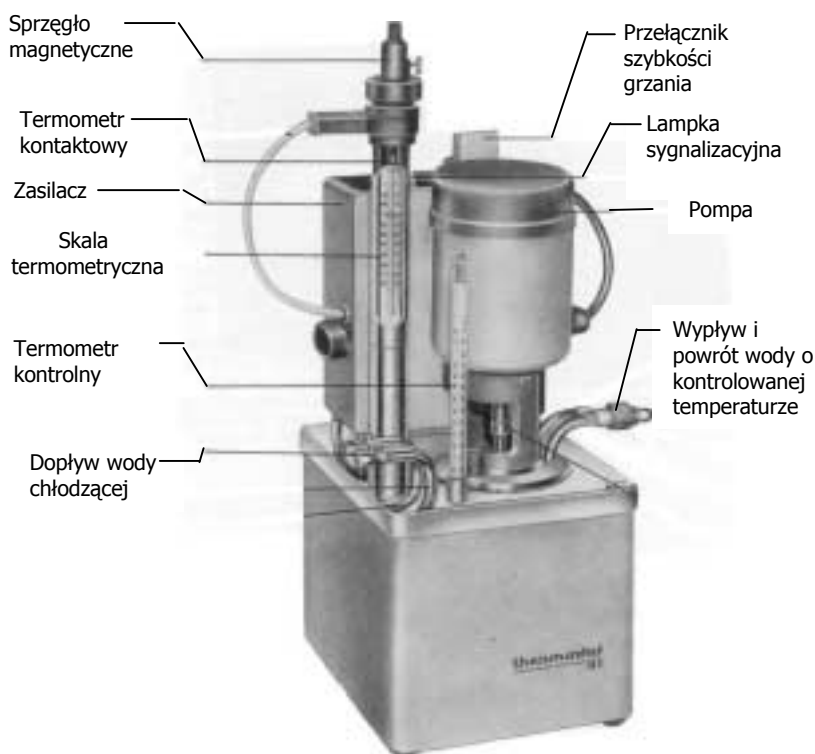
Ustawioną przez znacznik wartość temperatury **należy zawsze traktować jako przybliżenie** i dokonywać niezależnego pomiaru temperatury samego obiektu.

Ze względu na dużą masę wody w obwodzie i jej bezwładność cieplną proces osiągania nowego poziomu i stabilizacji temperatury jest dość długi (co najmniej kilka minut).

Wydzielaną przez grzałkę moc można dostosować do potrzeb przy pomocy przełącznika szybkości grzania. Warto przestrzegać następującego zalecenia. Większą szybkość grzania można stosować dla znacznych (kilkunasto stopniowych) różnic temperatury wyjściowej i pożądanej końcowej. Większą moc grzałki wykorzystuje się także przy dużych różnicach temperatury obiektu i otoczenia. Wówczas także największe są różnice między osiąganą temperaturą rzeczywistą obiektu i wartością ustawioną na termometrze kontaktowym.

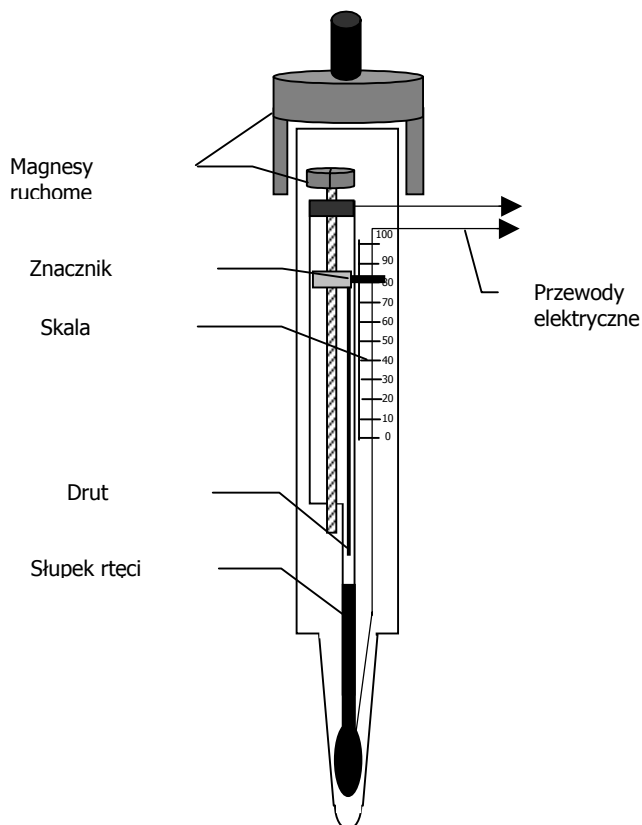
W celu umożliwienia dwukierunkowej kontroli temperatury (grzanie, chłodzenie) niektóre termostaty cieczone wyposażone są w dodatkową węzownicę zanurzoną w zbiorniku termostatu, przez którą przepuszczana jest ciecz chłodząca.

Ze względu na uniwersalność i łatwość obsługi termometr kontaktowy wykorzystywany jest także w innych typach prostych układów termostatujących.



Rys.3.15. Termostat cieczone

Większą szybkość grzania można stosować dla znacznych (kilkunasto stopniowych) różnic temperatury wyjściowej i pożądanej końcowej. Większą moc grzałki wykorzystuje się także przy dużych różnicach temperatury obiektu i otoczenia. Wówczas także największe są różnice między osiąganą temperaturą rzeczywistą obiektu i wartością ustawioną na termometrze kontaktowym.



Rys.3.16. Termometr kontaktowy

III.4. Pomiary masy.

W zajęciach pracowni fizycznej do pomiaru masy wykorzystuje się wagi mechaniczne i elektroniczne. Wybór wagi podyktowany powinien być wielkością mierzonej masy i potrzebną dokładnością. Właściwy pomiar na wybranej dokładnej wadze należy w miarę możliwości poprzedzić ważeniem wstępnym na wadze o mniejszej czułości. Dotyczy to zwłaszcza takich pomiarów, w których masa ważona zbliżona jest do maksymalnych dopuszczalnych obciążeń wagi precyzyjnej

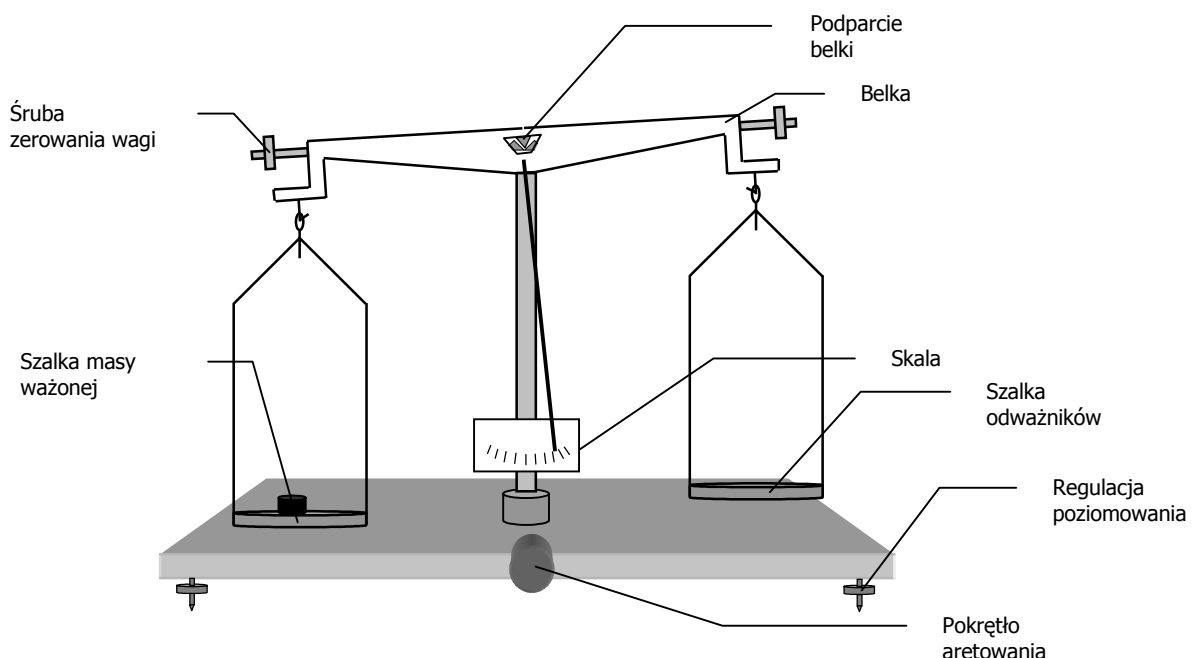
Wśród wag mechanicznych możemy wyróżnić wagi belkowe, torsyjne i sprężynowe. Wagi belkowe oparte są na zasadzie porównywania masy mierzonej z masą wzorcową, a właściwie równowagi momentów tych mas. Zasadniczym elementem ich konstrukcji jest dźwignia równoramienna lub nierównoramienna a podstawą funkcjonowania określanie równowagi momentu masy mierzonej i momentu masy wzorcowej na dźwigni.

Wagi torsyjne i sprężynowe funkcjonują na zasadzie odkształcania elementu sprężystego – sprężyny spiralnej lub śrubowej i wykorzystują proporcjonalność odkształcenia sprężystego do siły odkształcającej (prawo Hooke'a).

III.4.1. Waga belkowa.

Belka wagi podparta jest na wykonanym z utwardzonej stali lub syntetycznego agatu ostrzu pryzmatycznym w środku masy tworząc dźwignię równoramienną. W jednakowych odległościach od punktu podparcia zawieszane są na ruchomych strzemiączkach dwie szalki, na których umieszcza się masę mierzoną i odważniki. Na końcach belki dodatkowo umieszczone są śruby regulacyjne umożliwiające dokładne wyzerowanie nieobciążonej wagi. W innych wersjach wagi na końcu belki zawieszają się dodatkowe odważniki tzw. koniki, zwiększające rozdzielczość wagi. Waga wyposażona jest w urządzenie zwalniające obciążenie ostrzy i blokujące ruch belki (tzw. aretowanie) na czas zmiany odważników i nie używania wagi. Poziomowanie wagi odbywa się przy pomocy śrub regulacyjnych i umieszczonej na niej oczkowej poziomicy.

Wagi często umieszczone są w przeszklonej obudowie z drzwiczkami bocznymi do manipulacji na szalkach i demontowaną ścianą czołową do okresowych regulacji wagi.



Rys.3.17. waga belkowa

Pomiar masy nieznannej polega na porównywaniu jej z masą odważników umieszczonych na drugiej szalce wagi. Wychylenie belki z położenia równowagi odczytuje się przy użyciu wskazówki z umieszczonej na słupie wagi skali.

Waga wyposażona jest w komplet atestowanych odważników o różnych masach od 10mg do 100g i to od nich przede wszystkim zależy rozdzielczość wagi. Rozdzielczość tę można zwiększyć wykorzystując skalę wagi oraz pomocnicze obciążniki zawieszane na wyskalowanym zakończeniu belki tzw. **koniki** o

masie 10 mg. Dodatkowa skala na belce podzielona jest na 10 części i tak np. zawieszając konik 10 mg na pierwszej działce (liczonej od osi słupa) belki zwiększamy masę odniesienia o 1mg, odpowiednio na piątej działce o 5g itd. Przy masie odważników idealnie równej masie mierzonej waga jest w równowadze a wskazówka wagi pokrywa się z zerem. Wychylenie wskazówki ze stanu równowagi jest proporcjonalne do różnicy obu mas. Odczyt masy zależy od ustalonej doświadczalnie czułości wagi tzn. wartości wychylenia wskazówki ΔS przypadającej na jednostkę dodatkowego

$$\text{obciążenia } \Delta m: C = \frac{\Delta S}{\Delta m} \quad (3.1)$$

Przygotowanie wagi do mierzenia polega na wypoziomowaniu podstawy wagi przy użyciu regulowanych nóżek i poziomicy a następnie na wyzerowaniu wagi. Wskazówka wypoziomowanej, odaretowanej i nieobciążonej wagi powinna znajdować się w położeniu środka skali. Jeśli tak nie jest to należy sprowadzić ją do tego położenia przez pokręcanie śrub regulacyjnych znajdujących się na końcach belki, lub zawieszając koniki. Jeśli zabiegi te nie przynoszą rezultatu i wskazówka nieobciążonej wagi waha się wokół położenia odchylonego jest od środka skali o 2-3 działek to można je przyjąć jako położenie zerowe wagi – N_0 i określać odczyty względem niego. Wychylenie w lewo należy brać ze znakiem (-). Jeśli wychylenie wskazówki nieobciążonej wagi jest większe od 3 działek zachodzi potrzeba kompleksowej regulacji wagi (studenci powinni zwrócić się o to do personelu technicznego pracowni).

Pomiar właściwy

1. Blokujemy wagę pokrętką aretowania.
2. Na lewej szalce wagi umieszczamy ważone ciało.
3. Na prawej szalkę nakładamy, posługując się szczypcami, odważniki o łącznej masie większej niż szacowana masa ciała.
4. Ostrożnie, częściowo odblokowujemy wagę. Obserwujemy wychylenie wskazówki, Nie dopuszczamy jednak do gwałtownego przechyłu belki i blokujemy wagę.
5. Jeśli wskazówka wychyliła się w lewo zmniejszamy masę odważników ujmując najmniejszy z nałożonych.
6. Postępujemy zgodnie z punktami 4 i 5 aż do sytuacji gdy wskazówka wychyli się w prawo.
7. Na szalce prawej umieszczamy odważnik mniejszy od zdjętego ostatnio (kolejny w szeregu mas).
8. Jeśli wskazówka wychyli się w lewo to ostatnio nałożony odważnik zastępujemy kolejnym mniejszym, jeśli w prawo to dokładamy taki odważnik.
9. Tak postępujemy aż do stanu, w którym użycie najmniejszego dostępnego odważnika powoduje zmianę kierunku wychylenia wskazówki na przeciwny i wskazówka przy całkowicie odblokowanej wadze waha się w granicach skali. Uwaga: Nie należy blokować swobodnego ruchu wskazówki w celu zmniejszenia amplitudy wychyleń!
10. Obserwując wychylenia wskazówki ustalamy średnie położenie równowagi – N_s .
11. Obliczamy wartość różnicy wartości średniego położenia równowagi i wyznaczonego wcześniej położenia zerowego wagi nieobciążonej – N_0 : $N = N_s - N_0$, pamiętając, że wychylenia w lewo od środka skali trzeba brać ze znakiem (-).
12. Do sumy mas odważników położonych na szalce M_s dodajemy wynik mnożenia otrzymanej różnicy N (zachowując jej znak) pomnożonej przez wyznaczoną wcześniej czułość wagi S .
13. Wynik ostateczny otrzymujemy jako: $M = M_s + N S$.

Zależnie od pożądanej dokładności i wyposażenia wagi można wykorzystać różne procedury pomiarowe ważenia na wadze belkowej, są to min. ważenie metodą tarowania, podwójnego ważenia (np. metoda Gaussa, gdzie ważenie odbywa się dwukrotnie, z zamianą szalek, a jako wynik dokładny przyjmuje się średnia geometryczną pomiarów). Szczegółowy ich opis można znaleźć w [6].

Błąd bezwzględny pomiaru masy wagą belkową wynika z wyznaczonej czułości wagi i równy jest równowartości wychylenia o połowę działki skali. Jeśli więc ustalona czułość wagi wynosi 10mg/działkę to błąd bezwzględny wynosi 5mg.

Jeśli pomiar nie był poprzedzony ustaleniem czułości wagi to za błąd bezwzględny należy przyjąć wartość najmniejszego użytego odważnika.

Planując wykorzystanie wagi belkowej do precyzyjnego pomiaru masy należy wziąć pod uwagę efekt odkształcania belki pod wpływem obciążenia oraz wpływ siły aerostaticznego wyporu powietrza (innej dla odważnika niż dla obiektu ważonego), szczególnie istotny dla obiektów o niskiej gęstości. Uwzględnienie siły wyporu powietrza prowadzi do tzw. redukcji wyników do warunków próżni i wprowadzenie poprawki na siłę wyporu o postaci:

$$k = [1 + \rho_p (\frac{1}{\rho_s} - \frac{1}{\rho_o})] \quad (3.2)$$

gdzie ρ_p jest gęstością powietrza, ρ_s – gęstością ciała ważonego a ρ_o gęstością materiału odważnika. Masę zredukowaną do warunków próżni otrzymuje się przez pomnożenie masy ustalonej w powietrzu przez wyznaczony w podany wyżej sposób współczynnik k .

Zasady ważenia na wadze belkowej

1. W czasie nakładania, zdejmowania ciał i odważników na szalki wagi waga musi być zaaretowana.
2. Do manipulacji odważnikami należy użyć szczypec.
3. Boczne drzwiczki wagi można otwierać tylko na czas zmiany odważników. Nie wolno zdejmować przedniej ściany wagi!
4. W trakcie pomiaru waga powinna być odblokowywana tylko częściowo. Pełne odblokowanie może nastąpić dopiero wtedy, gdy wskazówka uwolnionej wagi nie ucieka poza skalę.
5. Nie należy tłumić wahań wskazówki ani dokonywać żadnych manipulacji na szalkach kiedy waga jest odblokowana.
6. Po zakończeniu pomiaru należy wagę zaaretować.

III.4.2. Waga analityczna.

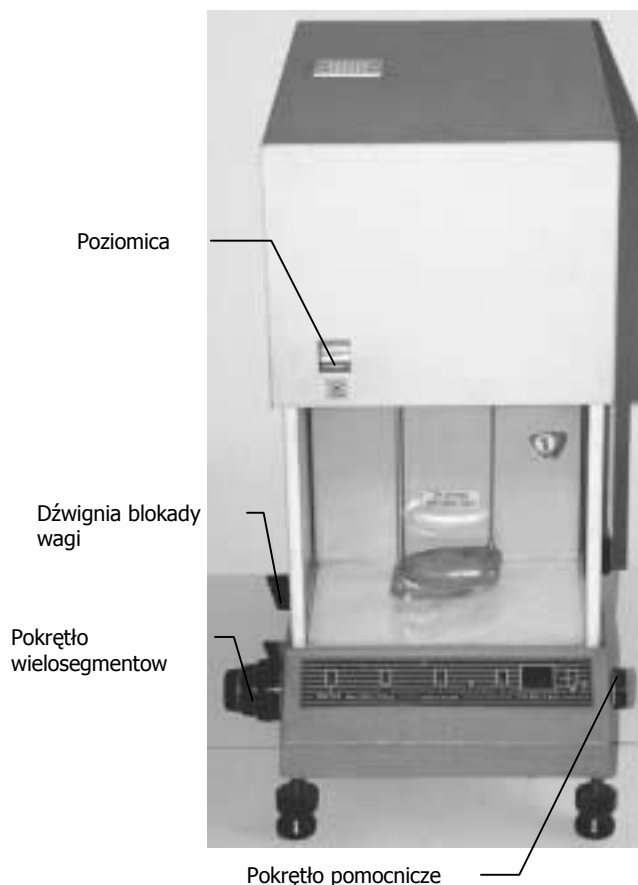
Odmianą dwu-szalkowej wagi belkowej jest jedno-szalkowa waga analityczna, w której manipulacja odważnikami jest zmechanizowana. Zmiana ustawień wielosegmentowego pokręćła prowadzi poprzez zabudowany system dźwigni do zmiany masy odważników równoważących masę badaną. W wadze tego typu odważniki są integralnymi elementami wagi i nie wykorzystuje się zewnętrznych odważników.

Manipulacja odważnikami odbywa się wyłącznie przez nastawianie pokręćła wielosegmentowego.

Maksymalna możliwa do zważenia masa zależy od typu wagi np. dla używanej w pracowni IF wagi typu WA- 33 wynosi ona 200 g.

Rozdzielczość nastaw pokręćła to 0,1 g. Mniejsze od 0,1 g odchylenie masy badanej od masy odniesienia określa się w podświetlanym okienku na obrotowej skali. Dokładność odczytu zwiększa się do 1×10^{-4} [g] (w niektórych wagach do 5×10^{-5} [g]) poprzez użycie dodatkowego pokręćła i przy jego pomocy zgranie kreski środkowej z najbliższą mniejszą podziałką skali. Pierwsze cztery cyfry ostatecznego odczytu wynikają z nastaw segmentów pokręćła (do 1 miejsca po przecinku), następne dwie cyfry ze skali w okienku. Ostatnie (czwarta i piąta po przecinku) cyfry odczytywane są z prawego pomocniczego okienka wagi.

Dokładność opisanej wagi wynosi 5×10^{-5} [g]



Rys.3.18 Waga analityczna

Przygotowanie nieobciążonej wagi do pomiaru.

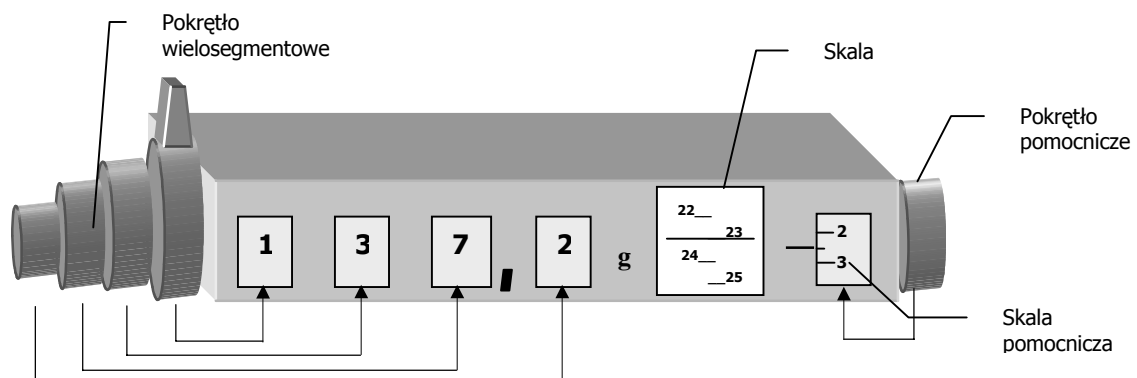
1. Wagę należy podłączyć do sieci elektrycznej.
2. Sprawdzić stabilność ustawienia wagi i jej wypoziomowanie (na poziomicy oczkowej). W razie potrzeby wyregulować ustawienie kręcąc nożkami wagi.
3. Ustawić wszystkie segmenty pokręta na 0.
4. Odblokować całkowicie wagę (krajcowe położenie dźwigni).
5. Pokrętem skali obrotowej ustawić środkową kreskę na najbliższą mniejszą podziałkę skali. Sprawdzić odczyt w okienku. Cyfry odczytane ze skali w okienku np. 27 łącznie z cyfrą z prawego pomocniczego okienka wagi np.4 utworzą wartość poprawki, w tym przypadku 0,0274 g. Tak określoną wartość należy zanotować i traktować jako stałą poprawkę w kolejnych odczytach $-\Delta m$.
6. Zaaretować wagę.

Przebieg pomiaru właściwego

1. Sprawdzić zaaretowanie wagi.
2. Po odsunięciu drzwiczek wagi nałożyć na szalkę badane ciało. Trzeba przy tym uważać by masa umiejscowiona była centralnie na szalce wagi. Zamknąć drzwiczki wagi.
3. Na poszczególnych segmentach pokręta należy ustawić szacunkową masę badanego ciała.
4. Częściowo odaretować wagę (dźwignia blokady ma trzy położenia: górne- blokada; środkowe- blokada częściowa, dolne- waga odblokowana). Obserwować kierunek obrotu skali w okienku.
5. Jeśli skala „ucieka” w górę to ustawienia są z niedomiarem, jeśli w dół to masa ciała jest mniejsza niż nastawy pokręta. Odpowiednio należy zwiększyć lub zmniejszyć nastawy poczynając od segmentu najmniejszego rzędu (0,1g).
6. Tak postępujemy aż do osiągnięcia takiego ustawienia kiedy zmiana nastawy segmentu najmniejszego rzędu o 1 wywołuje zmianę kierunku obrotu skali. Wtedy nastawiamy na tym segmencie wartość mniejszą i całkowicie odaretowujemy wagę.
7. Po ustabilizowaniu się ruchu skali obracając prawym pokrętem ustawiamy środkową kreskę skali na najbliższej mniejszej wartości. Odczytujemy tę wartość oraz wartość z okienka pomocniczego. Cyfry odczytane ze skali w okienku łącznie z cyfrą (dwoma) z prawego pomocniczego okienka wagi utworzą końcowe trzy (cztery) cyfry wyniku.
8. Wynik końcowy podawany w [g] powstaje przez sumowanie odczytów segmentów pokręta (do pierwszego miejsca po przecinku) i odczytu ze skali (ostatnie trzy lub cztery cyfry wyniku) i uwzględnienie ustalonej wcześniej poprawki.
Poprawny odczyt przedstawionego na rysunku ustawienia to: 137,22325 [g]
9. Po zakończeniu pomiaru należy wagę zaaretować. Zdjąć badane ciało i zasunąć drzwiczki wagi. Po zakończeniu pracy odłączyć wagę od zasilania.

Użycie wagi analitycznej zaleca się poprzedzić ważeniem wstępnym dokonany na mniej dokładnej wadze np. elektronicznej. W ten sposób ustala się wstępnie nastawy pokręta wagi analitycznej i skraca cały proces ważenia.

Podobnie jak w przypadku wagi dwu-szalkowej w precyzyjnych pomiarach należy uwzględnić poprawkę na ważenie w powietrzu w podanej wyżej postaci.



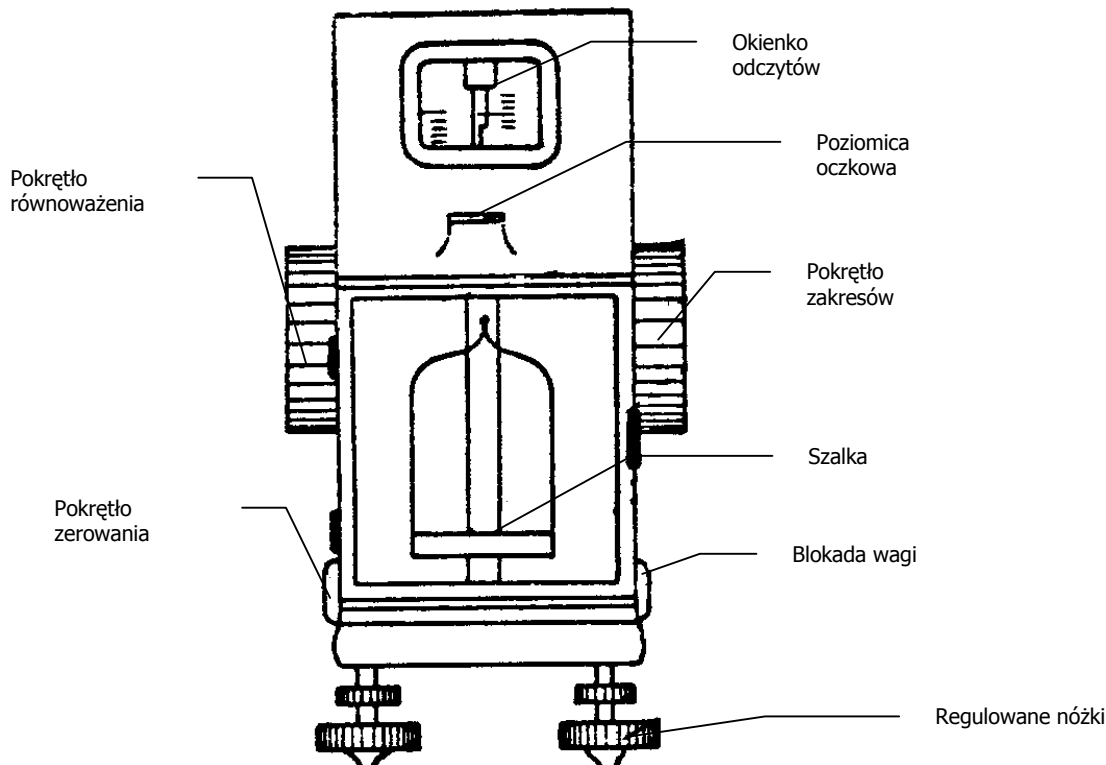
Rys.3.19. Odczyty wartości masy

Przestrogi eksploatacyjne.

1. Nigdy nie należy przenosić, przesuwać itd. odblokowanej wagi.
2. Nie wolno ważyć przedmiotów o masie przekraczającej 200 g.
3. Nie wolno zdejmować samodzielnie obudowy wagi i dokonywać manipulacji w systemie dźwigni i odważników.

III.4.3. Waga torsyjna.

Działanie wagi torsyjnej opiera się na sprężystym odkształcaniu sprężyny spiralnej pod wpływem momentu siły ciężkości. Odkształcenie sprężyny wywołuje obrót osi, której zamocowany jest wyskalowany bęben. W celu skompensowania obciążenia szalki należy obrócić bęben do wyjściowego położenia. Odczyt wartości masy obciążającej obrotu następuje ze skali bębna. Jednoszalkowe wagi tego typu przeznaczone są do pomiarów mas do kilku gramów z rozdzielczością 1mg.



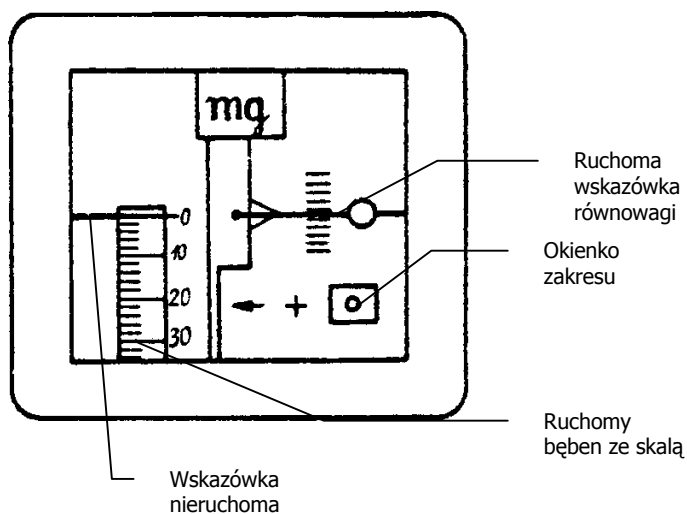
Rys.3.20. Waga torsyjna

Przygotowanie wagi do pomiaru. (na przykładzie czterozakresowej wagi prod. polskiej - WTW)

1. Wypoziomować wagę przy użyciu regulowanych nóżek (sprawdzić na poziomicie oczkowej)
2. Pokrętko zakresów ustawić na najniższy zakres („0” w okienku zakresów)
3. Odblokować wagę.
4. Pokrętkiem zerowania ustawić zerowe położenie nieruchomej wskazówki względem skali bębna.
5. Zablokować wagę

Pomiar właściwy.

1. Otworzyć drzwiczki wagi. Umieścić ważony przedmiot na szalce wagi. Zamknąć drzwiczki.
2. Pokrętkiem zakresów dobrać zakres (z nadmiarem).
3. Odblokować wagę.
4. Pokrętkiem równowazania ustawić ruchomą wskazówkę równowagi na środkowej (czerwonej) kresce skali. Jeśli jest to niemożliwe, zmienić zakres wagi.
5. Odczytać położenie nieruchomej wskazówki ze skali ruchomego bębna.
6. Zablokować wagę.
7. Zdjąć przedmiot ważony z szalki.
8. W okienku zakresów ustawić „0”.



Rys.3.21. Odczyt wartości ze skali wagi torsyjnej

Wartość masy określa się z sumowania odczytów ze skali bębna i okienka zakresu.

Rozdzielczość opisywanej wagi wynosi 1 mg.

Podobnie jak w przypadku innych wag mechanicznych można uwzględnić podaną wcześniej poprawkę na ważenie w powietrzu (redukcja do warunków próżni).

Przestrogi eksploatacyjne.

1. Należy szczególnie ostrożnie obchodzić się z delikatną szalką wagi.
2. Wszelkich manipulacji na szalce należy dokonywać na zablokowanej wadze używając szczypec.
3. Ważenie musi odbywać się przy zamkniętych drzwiczkach wagi.
4. Nie przeciążać wagi.

III.4.4. Waga elektroniczna.

W wagach elektronicznych do pomiaru masy wykorzystywane są różne zasady fizyczne min. zmiana oporu elektrycznego, pojemności, czy indukcyjności czujników w wyniku wywołanej obciążeniem zmiany parametrów geometrycznych. W innych rozwiązaniach do pomiaru masy wykorzystuje się konstrukcje, w których ciężar ważonego ciała równoważony jest przez siłę elektrodynamiczną działającą ze strony pola magnetycznego na przewodnik z prądem elektrycznym. Siła ta pełni więc rolę odważników nakładanych na szalkę wagi belkowej. Wartość siły elektrodynamicznej zależy, jak wiemy, od natężenia prądu. Układ elektroniczny dobiera natężenie prądu dla którego zachodzi zrównoważenie ciężaru przez siłę elektrodynamiczną. Wartość tego prądu niesie informacje o ważonej masie. Po przetworzeniu sygnału prądowego masa ciała wykazywana jest na wyświetlaczu.

Wagi elektroniczne wyposażone są tylko w jedną szalkę dla ciała ważonego i w zależności od typu w przełącznik zakresów. Odczyt następuje bezpośrednio z wyświetlacza bez konieczności jakichkolwiek przeliczeń. Zdjęcie przedstawia wagę WPA 120C produkcji RADWAG o zakresie 120g i rozdzielczości 0,1mg.

Podobnie jak w pozostałych rodzajach wag przed pomiarem właściwym należy sprawdzić wskazania wagi nieobciążonej i określić ew. poprawkę. Niektóre wagi wyposażone są w funkcję zerowania tj. ustawiania zera wagi nieobciążonej i wówczas zbędne jest określanie poprawki.

Określanie rozdzielczości wagi oparte jest na konstrukcji wyświetlacza i dla stabilnie działającej wagi odpowiada najmniejszej wyświetlanej jednostce.



Rys.3.22. Waga elektroniczna WPA 120C

Tabela 3.2 Zakres zastosowań wag mechanicznych

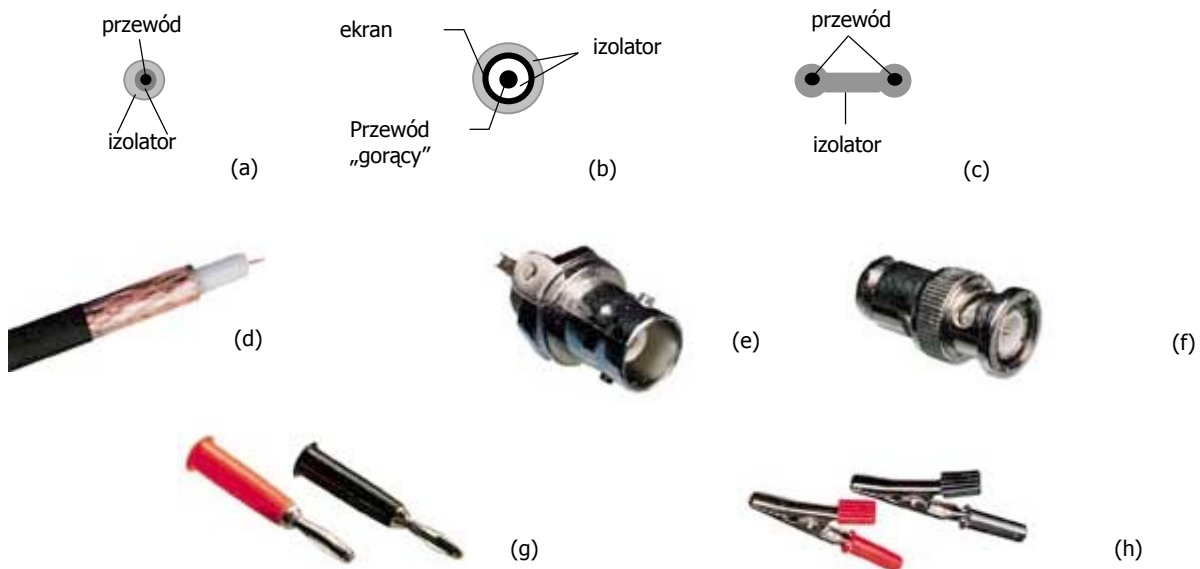
Typ wagi	Zakres pomiarów	Rozdzielczość	Zastosowania
Siłomierz, waga spężynowa	100g-2000g	50g	Ważenie dużych ciał
Waga belkowa dwuszalkowa – (laboratoryjna)	1g-400g	5×10^{-3} [g]	Ważenie wstępne; Ważenie ciał o znacznych rozmiarach
Waga belkowa jednoszalkowa (analityczna)	1×10^{-3} [g] – 200 g	5×10^{-5} [g]	Ważenie precyzyjne małych objętościowo ciał
Waga torsyjna	1×10^{-2} - 5g	5×10^{-4} [g]	Ważenie precyzyjne bardzo małych objętościowo ciał

III.5. Elementy obwodów elektrycznych.

III.5.1. Kable połączeniowe.

Zewnętrzne połączenia elementów elektrycznych układów pomiarowych realizowane są przy pomocy różnorodnych kabli. Do pomiarów stałoprądowych i niskoczęstotliwościowych wystarczające są niskooporowe, nie-ekranowane kable jednożyłowe z żyłą miedzianą – rys.3.23.a (drogie przewody wykonane są z tzw. miedzi beztlenowej). Ten typ kabli nosi też nazwę „radiowe”. Podstawowym typem kabli odpornym na zakłócenia zewnętrzne dla przesyłania sygnałów AC o wysokiej częstotliwości są kable koncentryczne – rys.3.23.b Złożone są one z przewodu wewnętrznego (czasem zwanego „gorącym”), którym może być drut lub linka otoczonego izolatorem wewnętrznym oraz otaczającego go współosiowo metalowego oplotu (przewód zewnętrzny zwany ekranem). Konstrukcję uzupełnia zewnętrzna warstwa izolująca. Oporność falowa kabli koncentrycznych wynosi od 10 do 500 Omów. W technice pomiarowej stosuje się najczęściej kable o standardowej oporności falowej 50 Omów. Dla przykładu kable do transmisji danych mają oporności 55 Ω , 110 Ω , kable antenowe: 75 Ω . Kable symetryczne - rys.3.23.c: popularne w technice radio-telewizyjnej kable złożone z dwóch jednakowych żył otrzymywanych w stałej odległości od siebie przez izolator. Oporność falowa kabla symetrycznego wynosi 300 Omów. Kable symetryczne są mało odporne na zakłócenia elektromagnetyczne.

Ekrany kabli podłączane są do punktów obwodu o tym samym potencjale (zwykle uziemienia), tzw. masy.



Rys. 3.23. Różne rodzaje kabli połączeniowych i ich końcówek

Najbardziej popularne zakończenia kabli jednożyłowych to wtyki radiowe, popularne „bananki” – rys.3.23.g, końcówki płaskie - widełkowe oraz uchwyty różnej konstrukcji min. „krokodyłki” – rys. 3.23.h.

Kable koncentryczne zakończone są wtykami w standardzie BNC (British Naval Connector) (duży i mały) – rys. 3.23.e,f.

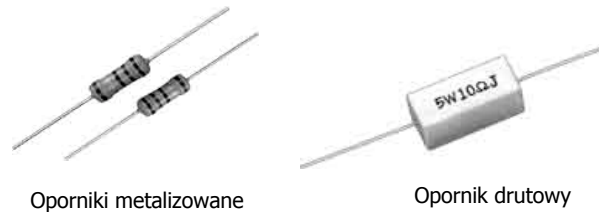
Standardowe zakończenia kable symetrycznych stanowią płaskie wtyki dwu-bolcowe lub dwu-nożowe. W praktyce eksperymentalnej raczej nie wykorzystuje się popularnych w urządzeniach audiowizualnych kabli i końcówek np. CINCH, EURO, JACK itp.

W laboratorium fizyki PŁ spotkać można kable koncentryczne zakończone z jednej strony wtykiem typu BNC a z drugiej wtykami radiowymi. Stosując je należy najpierw rozpoznać, który wtyk radiowy jest zakończeniem ekranu (zwykle dłuższy).

III.5.2. Oporniki.

Podstawowym elementem biernym układów elektronicznych są oporniki (rezystory). Za ich pomocą można wpływać na wartości prądu oraz ustalać wartości spadków napięć na fragmentach obwodu, ustalać punkty pracy elementów czynnych obwodu np. tranzystorów, a w obwodach prądu zmiennego dodatkowo kontrolować parametry czasowe obwodów.

Obecnie produkowane są oporniki węglowe, drutowe i metalizowane. Ze względu na małą stabilność temperaturową oporniki węglowe nie nadają się do precyzyjnych układów elektronicznych. Oporniki drutowe charakteryzują się wysokimi mocami znamionowymi. Najbardziej stabilne i precyzyjne są oporniki metalizowane.



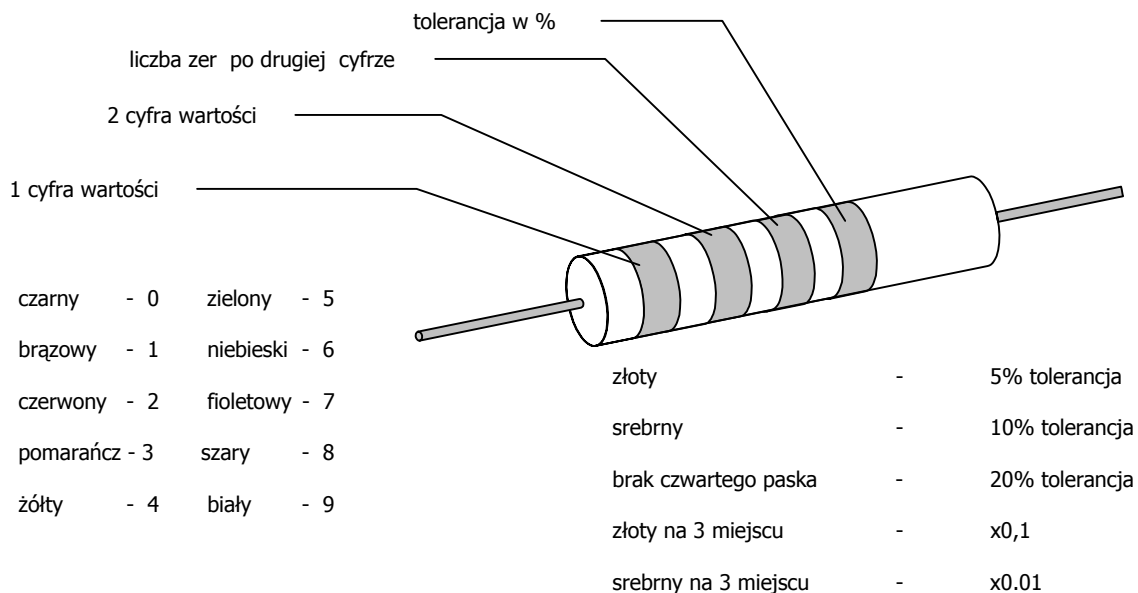
Rys. 3.24. Oporniki

Najważniejsze parametry produkowanych fabrycznie oporników to:

1. rezystancja znamionowa - podawana w Ω , $k\Omega$ lub $M\Omega$.
2. tolerancja wykonania – dokładność w procentach.
3. moc znamionowa – maksymalna moc, która może być wydzielona na oporniku bez jego uszkodzenia – podawana w watach
4. napięcie graniczne podawane w voltach.

Wartości rezystancji produkowanych oporników uszeregowane są w tzw. szeregi wartości: E6, E12, E24, E48, E96, E192. Oznacza to, że dostępne są tylko elementy o określonych wartościach rezystancji.

Do opisu wartości oporników stosuje się kody barwne nanoszone w formie pasków na oporniki. Rysunek 3.25. ilustruje system kodów paskowych w układzie cztero-paskowym dla szeregów E-12 i E-24.



Rys. 3.25. Kody paskowe wartości oporników (szereg E-12 i E-24)

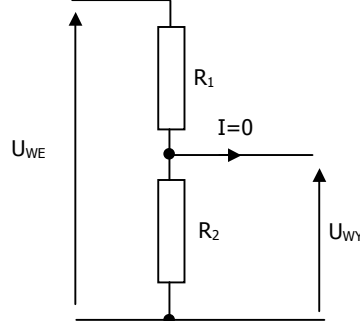
III.5.2.1. Dzielniki napięcia i prądu.

Dzielnik napięcia to szeregowe połączenie dwóch oporników (rys. 3.26.), które służy do uzyskiwania wyjściowego napięcia U_{WY} jako części napięcia wejściowego U_{WE} . Przy założeniu zerowej wartości obciążenia wyjściowego (zerowy prąd w obwodzie wyjściowym) napięcie U_{WY} opisywane jest zależnością 3.3:

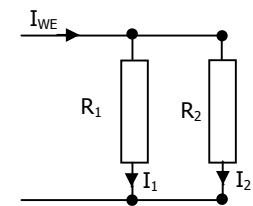
$$U_{WY} = U_{WE} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (3.3)$$

$$I_1 = I_{WE} \frac{R_1 + R_2}{R_1^2 R_2} \quad (3.4)$$

$$I_2 = I_{WE} \frac{R_1 + R_2}{R_2^2 R_1}$$

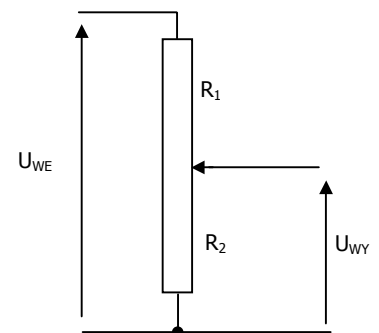


Rys. 3.26. Dzielnik napięcia



Rys.3.27. Dzielnik prądowy

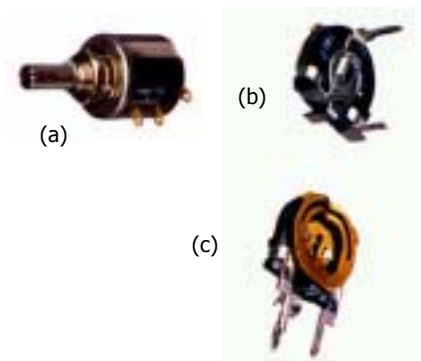
Innym rodzajem dzielnika, realizującym podział natężenia prądu jest dzielnik prądowy – rys. 3.27. Prądy w gałęziach dzielnika podają zależności (3.4). Przykładem regulowanego dzielnika napięcia jest **potencjometr**, który jest nastawnym opornikiem o zmiennej wartości oporów pomiędzy ruchomym suwakiem a nieruchomymi końcówkami potencjometru - rys. 3.28. Produkowanych jest wiele typów potencjometrów wykorzystywanych jako zewnętrzne elementy regulacji i kontroli urządzeń - rys. 3,29.a i jako elementy wbudowane w płytki obwodów tzw. potencjometry montażowe - rys. 3.29.b, c. i elementy obwodów laboratoryjnych – opornik suwakowy – rys. 3.30.



Rys.3.28. Potencjometr

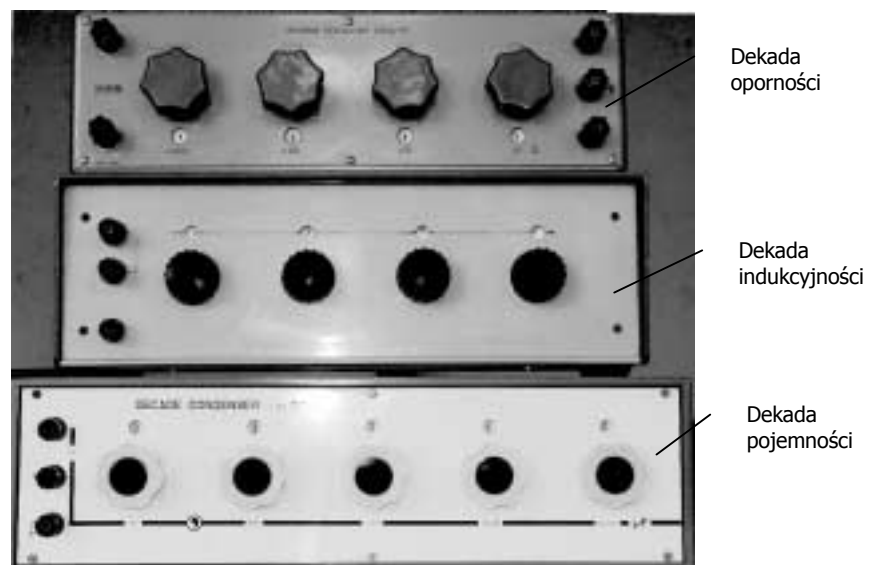


Rys. 3.30. Laboratoryjny opornik suwakowy



Rys. 3.29. Potencjometry

Szczególnymi rodzajami oporników wykorzystywanych w pomiarach laboratoryjnych są oporniki wzorcowe i oporniki dekadowe. Oporniki wzorcowe są to precyzyjnie wykonane oporniki drutowe niskiej mocy o indywidualnie określonej oporności i wysokiej dokładności. Na ich obudowach podawane są także informacje o zależnościach temperaturowych, które umożliwiają uwzględnienie wpływu rzeczywistej temperatury na wartość wzorca. **Opornik dekadowy** jest zestawem precyzyjnie dobranych oporników połączonych ze sobą przez system przełączników, który umożliwia



Rys. 3.31. Zestaw dekadowych elementów RLC

skokowe zmiany rezystancji wyjściowej całego urządzenia. Zakres podzielony jest na różniące się o wielokrotność 10 podzakresy (np. 10Ω , 100Ω , 1000Ω , $10k\Omega$). W ten sposób można uzyskiwać wartości oporności w zakresie kilku rzędów wielkości z rozdzielczością jednostki najniższego zakresu (1Ω).

III.5.3. Kondensatory.

Podstawowe parametry produkowanych fabrycznie kondensatorów to:

- pojemność elektryczna C - podawana w μF ($10^{-6}F$), nF ($10^{-9}F$) lub pF ($10^{-12}F$),
- tolerancja wykonania - podawana w procentach,
- napięcie znamionowe – maksymalne napięcie jakie w sposób ciągły można przyłożyć do kondensatora.

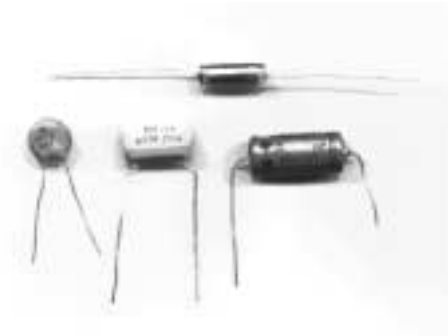
Jest wiele rodzajów kondensatorów oparte na różnej konstrukcji: płytkowe, rurkowe, zwijane, i wykorzystujące różne rodzaje dielektryków min. ceramiczne, poliestrowe, styroflexowe, tantalowe.

Szczególnym rodzajem kondensatorów są kondensatory polaryzowane (elektrolityczne). Włączenie tych kondensatorów do obwodu powinno odpowiadać oznaczonej polaryzacji okładek.

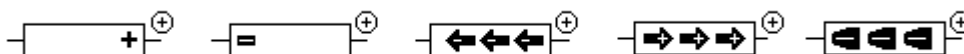
Oprócz kondensatorów o stałej pojemności stosuje się także kondensatory zmienne o nastawianej pojemności oraz dekady kondensatorów (rys. 3.31)

Nie ma jednego standardu opisu wartości pojemności na obudowach kondensatorów. Opis zawiera zawsze jednak wartość liczbową i jednostkę ($p = pF$, $n = nF$, $\mu = \mu F$) pojemności oraz napięcie znamionowe.

Kondensatory elektrolityczne dodatkowo mają oznaczenia polaryzacji (patrz rys.3.33.)



Rys.3.32. Kondensatory



Rys. 3.33. Oznaczenia kondensatorów elektrolitycznych

III.5.4. Indukcyjności (cewki indukcyjne).

Podstawowym parametrem elementów indukcyjnych jest ich indukcyjność L podawana w Henrach [H] (i odpowiednio w [mH] i [μH]). Elementy te występują w postaci cewek bez rdzenia, cewek z rdzeniem ferromagnetycznym oraz w postaci elementów o zmiennej indukcyjności (regulowanej przez manipulowanie rdzeniem). Nie ma jednego standardu opisu wartości na elementach i różni producenci posługują się swoimi systemami oznaczeń.

W pomiarach laboratoryjnych wykorzystywane są także dekadowe zestawy indukcyjności – rys. 3.31.



Rys. 3.34. Elementy indukcyjne

III.5.5. Źródła prądu stałego.

W laboratoryjnych obwodach elektrycznych wykorzystywane są różnorodne źródła zasilania. Można je podzielić na źródła prądu stałego i zmiennego, ze szczególnym wyróżnieniem źródeł prądu przemiennego.

III.5.5.1. Elektrochemiczne źródła zasilania.

Elektrochemiczne źródła zasilania (baterie) dzielą się na **ogniwa nieladowlane**: cynkowo-węglowe (1,5V), alkaliczne (1,5V), litowe (3V, 3,6V), cynkowo-powietrzne (1,4V), srebrne (1,55V) oraz **odnawialne** (akumulatory) : Ni-Cd (1,2V), Ni-MH (1,2V), kwasowo-ołowiowe (2V), litowo-jonowe (3,6V). W pomiarach laboratoryjnych wykorzystuje się również ogniwa wzorcowe jako źródła o znanej

stałej wartości siły elektromotorycznej. Najpopularniejszym ogniwo wzorcowym jest ogniwo elektrolityczne Westona (ogniwo normalne) (patrz też [6] o $SEM = 1,01864V$ w $T=20^{\circ}C$. Przy ich stosowaniu należy pamiętać o uwzględnieniu zmiany SEM z temperaturą. Informacje o tej zależności podawane są na obudowie ogniwa. Ogniwo wzorcowych nie należy obciążać dużym prądem (maksymalnie $10 \mu A$).

Podstawowe parametry ogniwo to: siła elektromotoryczna w [V]; pojemność w [Ah]; maksymalny prąd rozładowania w [A]; temperaturowy zakres pracy; rezystancja wewnętrzna [Ω]; prąd ładowania w [A] (tylko dla akumulatorów); ilość cykli ładowania.

Pojemność ogniwa to podawana w jednostkach *prąd x czas* wielkość ładunku elektrycznego jaki można pobrać z ogniwa.

Baterie nieodnawialne mają małą stabilność napięcia (napięcie zależy od obciążenia – prądu); małe samo-rozładowanie i mogą być obciążane jedynie małymi i średnimi wartościami prądu (do 1 A).

Baterii nieodnawialnych nie wolno ładować!!

Akumulatory charakteryzują się dużą stabilnością napięcia (niezależnością od obciążenia); średnim samorozładowaniem i mogą być obciążane dużymi prądami (w przypadku baterii akumulatorów do setek amperów). Przy ich użytkowaniu konieczne jest przestrzeganie określonego reżimu ładowania.

Więcej o ogniwach, konstrukcji i parametrach można znaleźć na stronie: <http://www.wamtechnik.com.pl/tabele/teoria.htm>.

W pracy laboratoryjnej ogniwa są rzadko wykorzystywane jako samodzielne źródła zasilania. Wykorzystuje się jednak jako elementy zasilaczy awaryjnych oraz, ze względu na niskie koszty, w sytuacjach potrzeby uzyskiwania dużych, krótkotrwałych prądów.

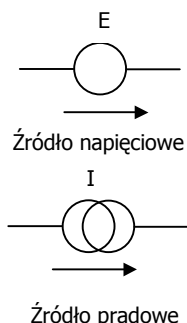
III.5.5.2. Zasilacze stabilizowane DC napięciowe i prądowe.

Zadaniem zasilacza prądu stałego jest zapewnienie kosztem energii pobieranej z sieci energetycznej siły elektromotorycznej niezbędnej do przepływu prądu w obwodzie. W teorii obwodów rozpatruje się dwa rodzaje idealnych źródeł zasilania tzw. źródło napięciowe i źródło prądowe.

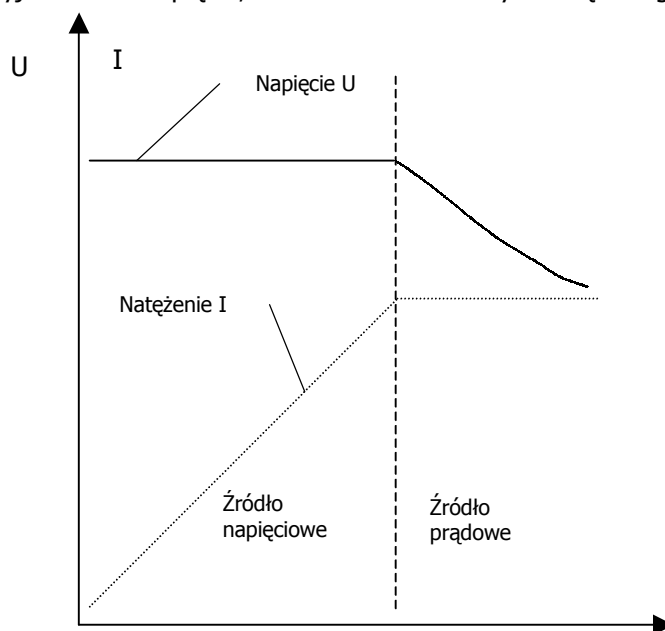
Idealne **źródło napięciowe** wytwarza na wyjściu stałe napięcie, niezależnie od zmiany zewnętrznego obciążenia czyli wielkości pobieranego prądu.

Idealne **źródło prądowe** niezależnie od zmiany obciążenia zewnętrznego wytwarza z kolei prąd o stałej wartości (natężenie prądu nie zależy od napięcia na zaciskach źródła) – rys. 3.35.

Idealne źródła napięciowe i prądowe oznaczane są na schematach odpowiednimi symbolami – rys. 3.36.



Rys. 3.36. Symbole źródeł zasilania



Rys. 3.35. Zależność napięcia wyjściowego i prądu zasilacza od obciążenia zewnętrznego ($1/R$)

W rzeczywistości nie ma idealnych źródeł napięciowych. Im większym prądem obciążamy źródło tym mniejsze napięcie uzyskiwane jest na jego zaciskach. Można to uwzględnić wykazując dodatkowy opornik podłączony szeregowo do idealnego źródła napięciowego – rys.3 37.

Im większy prąd płynie przez źródło tym większy spadek napięcia na szeregowym oporniku i mniejszy na zewnętrznych zaciskach źródła. Ta fikcyjna, szeregowo rezystancja urealniająca funkcjonowanie rzeczywistego źródła nosi nazwę **rezystancji wyjściowej** urządzenia.

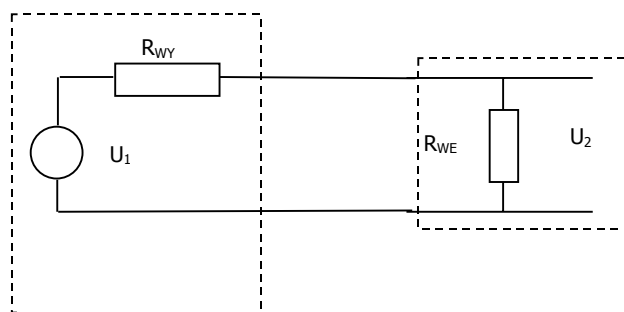
W podobny sposób możemy interpretować zachowanie innych urządzeń (fragmentów układów), które są źródłem sygnałów napięciowych. Wyjściowy sygnał napięciowy z takiego urządzenia pojawia się na zaciskach wejściowych podłączonego np. miernika, oscyloskopu czy innego odbiornika (fragmentu obwodu).

W rzeczywistych obwodach zawsze pojawi się choćby niewielki prąd płynący przez podłączone urządzenie. Można to uwzględnić wykazując dodatkowy opornik podłączony równoległy do zacisków wejściowych urządzenia. Reprezentuje on tzw. **rezystancję wejściową** urządzenia R_{WE} – rys. 3.38.

Rozważmy typowy prosty przykład połączenia dwóch urządzeń w obwodzie, kiedy to zaciski wyjściowe jednego urządzenia są podłączone do zacisków wejściowych drugiego – rys. 3.38..

Zależność pomiędzy sygnałami napięciowymi źródła U_1 i wejściowym U_2 odbiornika wynika z prawa Ohma:

$$\frac{U_1}{(R_{WY} + R_{WE})} = \frac{U_2}{R_2} = I \quad ; \quad U_2 = U_1 \frac{R_{WE}}{R_{WY} + R_{WE}} \quad (3.5.)$$



Rys. 3.38. Oporności wyjściowe i wejściowe w połączeniach

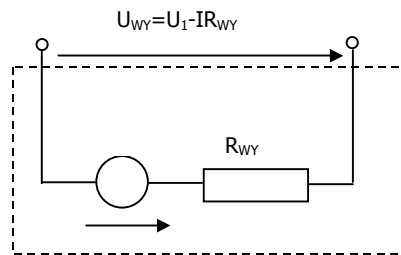
Zwykle zależy nam na dokładnym przekazaniu sygnału napięciowego pomiędzy urządzeniami tzn. by $U_2=U_1$. Aby to uzyskać rezystancja wejściowa drugiego urządzenia R_{WE} musi być znacznie większa od rezystancji wyjściowej źródła sygnału R_{WY} . Nie jest to jedyny możliwa sytuacja. Niekiedy zależy nam na maksymalnym przekazaniu mocy pomiędzy urządzeniami. Można łatwo wykazać, że nastąpi to wówczas gdy osiągniemy dopasowanie oporności wyjściowej i wejściowej elementów: $R_{WE}=R_{WY}$.

Z tych wstępnych rozważań wynika jak istotną rolę w analizowaniu zachowania się układów elektrycznych odgrywa znajomość oporności wyjściowych i wejściowych łączonych urządzeń.

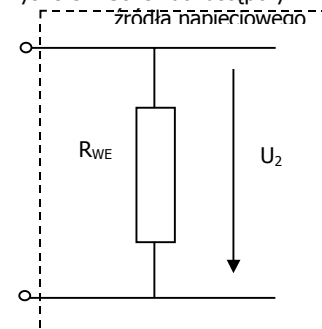
W przypadku napięć przemiennych należy rozpatrywać impedancje wyjściową i wejściową zamiast czystych rezystancji.

Większość fabrycznych zasilaczy laboratoryjnych może być wykorzystywana w zależności od ustawień jako źródła napięciowe lub prądowe. Jeśli pomiar wymaga utrzymywania stałych wartości napięcia na zaciskach wyjściowych zasilacza nawet przy zmianie pobieranego prądu to zasilacz powinien pracować jako źródło napięciowe. Jeśli z jakichś powodów chcemy ograniczyć (np. ze względu na możliwość uszkodzenia zasilanego elementu) lub ustalić wartość pobieranego prądu wówczas zasilacz powinien pracować jako źródło prądowe. Zmiana trybu pracy zależy od ustawień kontrolnych elementów zasilacza (kontrola napięcia i prądu) i zwykle sygnalizowana jest dodatkowo np. przez lampki sygnalizacyjne. Przygotowanie do pracy i ustawienia dwóch trybów pracy zasilacza przedstawimy na przykładzie prostego zasilacza DF 1730SB – rys.3.39. Funkcje elementów kontrolnych tego zasilacza są podobne do tych spotykanych w innych urządzeniach.

Zasilacz DF ma jeden zestaw zacisków wyjściowych umieszczonych na płycie czołowej. Oznaczone są one jako (+) i (-). Napięcie pomiędzy tymi zaciskami jest napięciem wyjściowym zasilacza. Trzeci



Rys. 3.37. Schemat zastępczy źródła napięciowego



Rys. 3.38. Rezystancja wejściowa

zacisk GND jest zaciskiem uziemienia (punktu o wspólnym potencjale odniesienia układu tzw. masy), który zwykle jest połączony z zaciskiem (-).

Kontrola napięcia wyjściowego (VOLTAGE) odbywa się przy płynnie pomocy dwóch pokręteł (zgrubnego „COARSE” i precyzyjnego „FINE” ustawienia). Odczyt napięcia wyjściowego dokonywany jest za pomocą trzypozycyjnego wyświetlacza cyfrowego. Podobny zestaw elementów służy do kontroli natężenia prądu.

Jeśli zasilacz jest nieobciążony (obwód zewnętrzny zasilacza jest przerwany) to regulacja pokrętłami napięcia powoduje zmiany wyświetlanych wartości napięcia na zaciskach wyjściowych. Natomiast regulacja pokrętłami natężenia nie zmienia zerowego stanu wyświetlacza natężenia prądu. Jest to zrozumiałe wobec nie zamkniętego obwodu zewnętrznego.

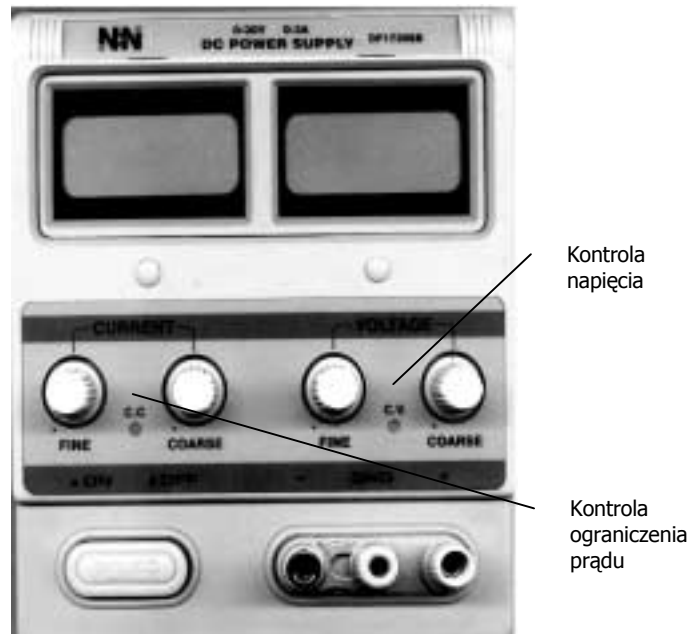
Po zamknięciu obwodu wartość napięcia wyjściowego zależy dodatkowo od nastaw pokrętła prądu.

Jego położenie określa wartość maksymalnego prądu w obwodzie (ogranicznik prądu maksymalnego). Jeśli wartość ta jest wyższa niż aktualna wartość prądu w obwodzie to istnieje możliwość zwiększenia napięcia wyjściowego lub zmniejszenie rezystancji obwodu i zwiększenie prądu w obwodzie przy zachowaniu stałej wartości napięcia wyjściowego. Zasilacz pracuje jako źródło napięciowe, co sygnalizuje dioda świecąca C.V.

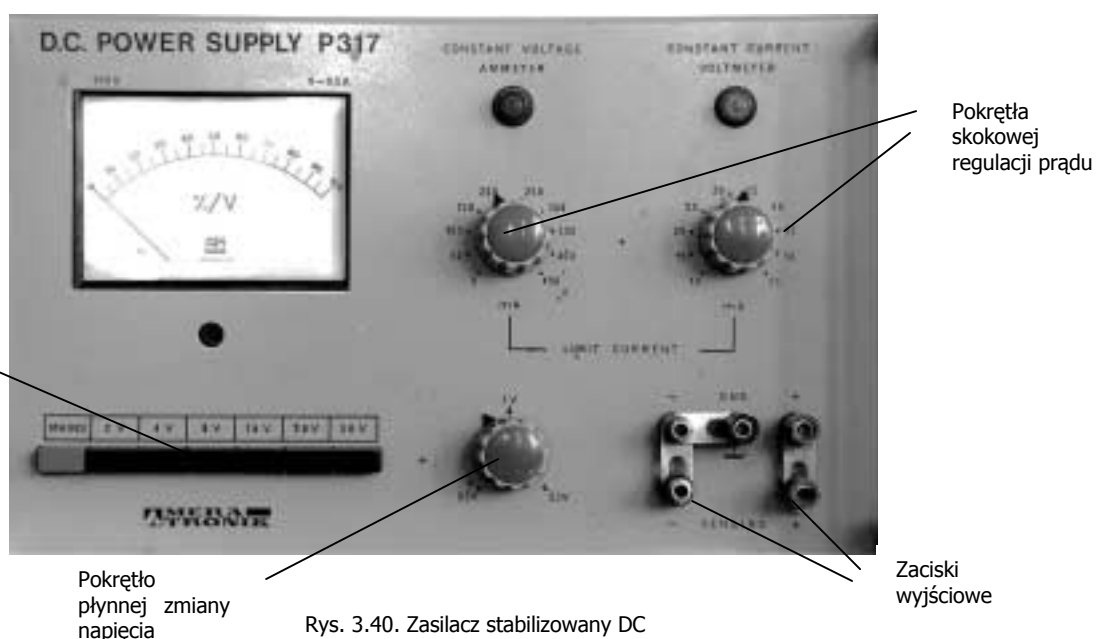
Dalsze zmniejszanie zewnętrznego oporu obciążenia (lub zwiększanie napięcia wyjściowego przy pomocy pokrętła) prowadzi do osiągnięcia nastawionej pokrętłem ogranicznika prądu wartości maksymalnej natężenia. Zapala się wówczas druga dioda sygnalizacyjna informując, że zasilacz przeszedł w tryb pracy źródła prądowego. Dalszy wzrost napięcia wyjściowego jest ograniczony. Zmniejszanie oporu obciążenia nie wywołuje zmian prądu a jedynie spadek napięcia na zaciskach wyjściowych zasilacza.

Z powyższego opisu wynika, że wykorzystując opisany zasilacz, nie jest możliwe kontrolowanie wartości napięcia na zaciskach wyjściowych niezależnie od ustawień ogranicznika prądu. W danym obwodzie zewnętrznym, przy zadanym ograniczeniu prądowym wzrost napięcia jest ograniczony. I podobnie, utrzymywanie stałej określonej wartości napięcia wyjściowego możliwe jest tylko w ograniczonym zakresie wartości prądu obciążenia.

Niektóre stosowane w pracowni zasilacze (patrz rys. 3.40.) nie są wyposażone w płynną regulację ograniczenia prądu. Ograniczenie prądowe realizowane jest przez przełączniki lub jedynie przez bezpiecznik a zasilacze te przeznaczone są do pracy jako źródła napięciowe.



Rys. 3.39. Zasilacz DF1730SB



Rys. 3.40. Zasilacz stabilizowany DC

III.5.6. Źródła prądu zmiennego.

Najczęściej wykorzystywanymi źródłami napięcia przemiennego są transformatory, autotransformatory i generatory funkcyjne.

III.5.6.1. Transformatory i autotransformatory.

Transformatory i autotransformatory służą do przekształcania napięcia przemiennego sieci energetycznej na niższe, bezpieczne napięcie (najczęściej 24V) zasilające urządzenia i obwody laboratoryjne. Częstość napięcia wyjściowego pozostaje niezmienną w stosunku do częstości sygnału wejściowego.

Podstawowym parametrem **transformatora** jest tzw. przekładnia k tj. iloraz liczby zwojów w uzwojeniu pierwotnym N_1 do liczby zwojów w uzwojeniu wtórnym N_2 , $k=N_1/N_2$. Od przekładni zależy relacja napięcia wyjściowego (po stronie wtórnej) od wejściowego (po stronie pierwotnej): $U_{WY} = 1/k U_{WE}$. W odwrotnej relacji pozostają natężenia prądów w uzwojeniach: $I_{WY} = k I_{WE}$.

Z uwagi na stałą wartość przekładni transformatory rzadko występują w pracowni jako samodzielne elementy zasilające lecz są elementami większości zasilaczy i generatorów.

Zaletą transformatora stałego jest elektryczne odseparowanie obwodów wyjściowego od wejściowego.

Autotransformatory są to transformatory o zmiennej przekładni i jednym, stałym uzwojeniu. Wydzielenie części pierwotnej i wtórnej w autotransformatorze następuje poprzez ruchomy ślizgacz. Za pomocą autotransformatora laboratoryjnego, podłączonego do sieci elektroenergetycznej o napięciu 220V można otrzymywać na zaciskach napięcia w zakresie 0-250V. W odróżnieniu od zwykłego dwu-uzwojeniowego transformatora przy jego stosowaniu nie ma separacji podłączonego obwodu elektrycznego od sieci energetycznej. Naniesiona na obudowie urządzenia podziałka jest mało precyzyjna. Rzeczywistą wartość nastawionego napięcia należy kontrolować dodatkowo podłączonym woltmierzem.

Korzystając z transformatora lub autotransformatora należy pamiętać o nie przekraczaniu dopuszczalnego prądu maksymalnego. Autotransformatora nie wolno podłączać do źródeł prądu stałego (grozi przepaleniem uzwojeń).



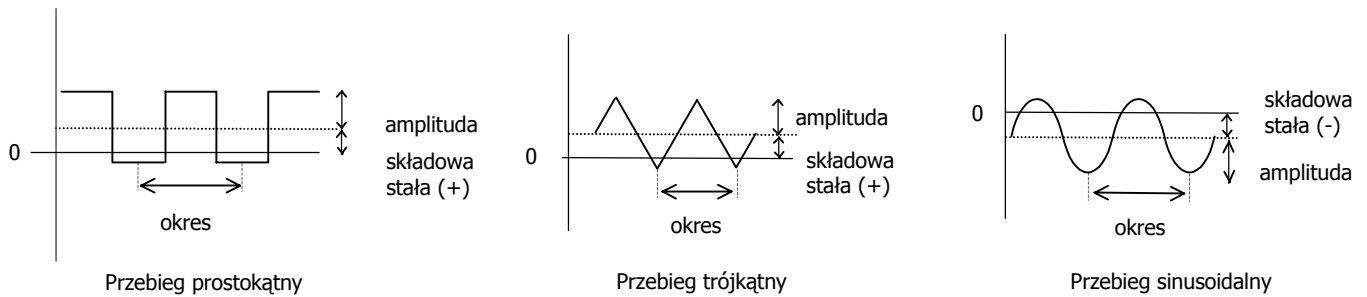
Rys. 3.41. Autotransformator

III.5.6.2. Generatory.

Generator to urządzenie do wytwarzania napięcia przemiennego o regulowanej częstotliwości. W technice pomiarowej wykorzystuje się **generatory funkcyjne**, które wytwarzają sygnały o różnych kształtach funkcji $U(t)$. Najczęściej są to sygnały sinusoidalne, prostokątne i trójkątne. Zdjęcie przedstawia płytę czołową generatora niskiej częstotliwości MERATRONIK G 432m- rys. 3.43.

Podłączenia odbiornika sygnału z generatorem G432 mogą być zrealizowane przy pomocy dwóch kabli jednożyłowych lub kable koncentrycznego o impedancji falowej 50 Ω . Jeden z kabli jednożyłowych (tzw. gorący) podłączamy do właściwego zacisku, oznaczonego symbolem kształtu sygnału, drugi zaś, do wspólnego zacisku oznaczonego jako uziemienie. Ten kabel powinien być podłączony do punktu wspólnej masy całego układu. Kable koncentryczny zakończony wtykiem w standardzie BNC włączamy do gniazda BNC po prawej stronie płyty czołowej generatora. Pamiętajmy przy tym, że oplot ekranowy tego kabla powinien być podłączony do wspólnej masy układu.

Wybór **kształtu sygnału** dokonuje się przy pomocy przełącznika kształtu. Do wyboru mamy w tym przypadku sygnał sinusoidalny, trójkątny i prostokątny.



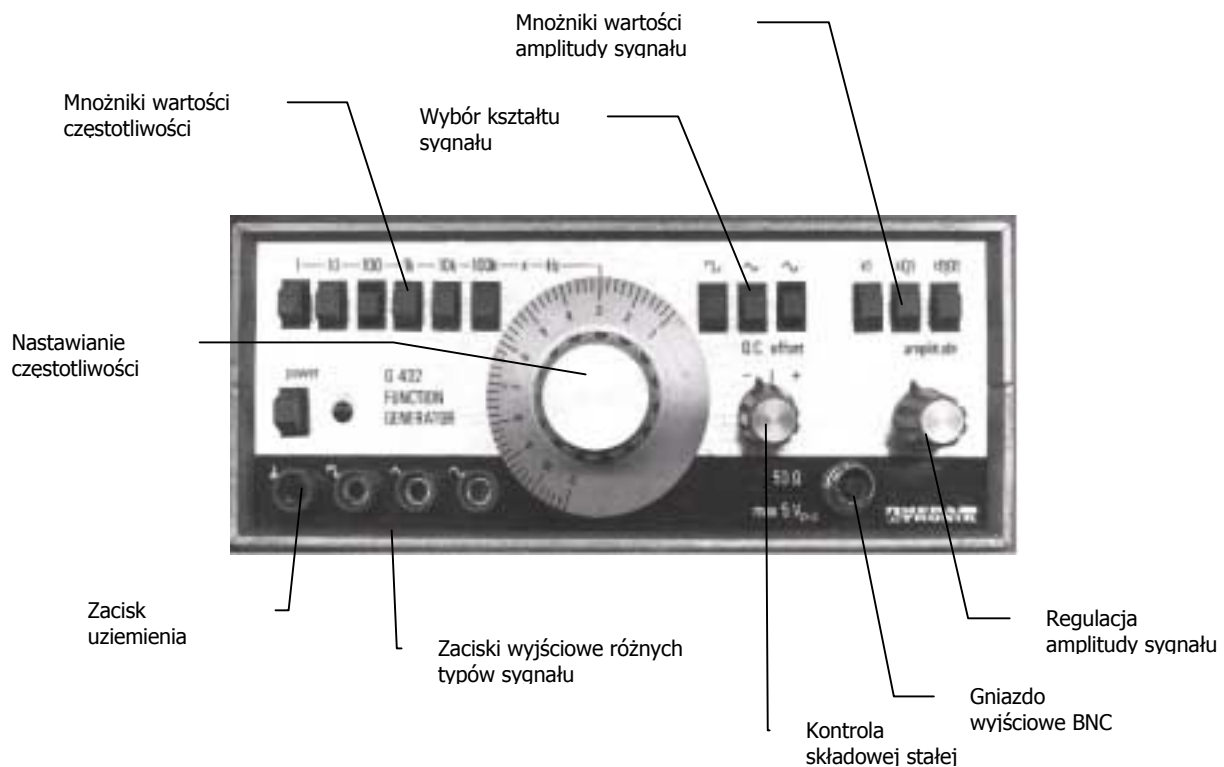
3.42. Charakterystyki sygnałów wyjściowych generatora

Amplitudę sygnału (patrz rys. 3.42) ustalamy przy pomocy klawisza mnożnika amplitudy i płynnie pokrętle. Dostępny przedział amplitudy to 0 - 5V. Przy wciśniętym klawiszu **0,01** możemy regulować amplitudę w zakresie 0-0,05V, przy klawiszu **0,1** w zakresie 0-0,5V a przy klawiszu **1** w zakresie 0-5V. Pokrętle **składowej stałej** sygnału regulujemy wartość średnią sygnału (patrz rysunek).

Częstotliwość generowanego przemiennego napięcia (odwrotność okresu) ustawiamy posługując się klawiszami mnożników częstotliwości i wyskalowanym z rozdzielczością 0,2 pokrętle. Odczyt wartości nastawionej pokrętle dokonywany jest względem środkowej, nieruchomej działki, zaznaczonej na płycie czołowej generatora.

Opiszemy to na pokazanym na zdjęciu przykładzie nastawienia wartości 300 Hz. Wciskamy klawisz mnożnika 100 następnie ustawiamy pokrętle na pozycję 3. Wartość częstotliwości wynika z mnożenia nastawy pokrętle (3) przez wartość wybranego mnożnika (100). Nastawienie np. częstotliwości 2400 Hz wymaga wybrania mnożnika 1K (1000) i ustawienia pokrętle na pozycji 2,4.

Podobnie jak w przypadku zasilaczy prądu stałego wartość prądu pobieranego z generatora jest ograniczona jego impedancją wyjściową.



Rys. 3.43. Generator funkcyjny G 432

III. 6. Przyrządy i pomiary wielkości elektrycznych.

Podstawowe wielkości elektryczne mierzone bezpośrednio w eksperymentach to napięcie, natężenie prądu, częstotliwość, rezystancja, pojemność elektryczna i indukcyjność.

Do ich pomiaru służą przyrządy wyspecjalizowane do pomiaru jednej tylko wielkości lub przyrządy uniwersalne tzw. multimetry. Mikroamperomierz, miliamperomierz, miliwoltomierz, omomierz, watomierz to przykłady mierników specjalizowanych, przeznaczonych do pomiaru tylko jednej wielkości elektrycznej w ograniczonym zakresie wartości. Do pomiaru bardzo małych ładunków, napięć lub prądów służą precyzyjne przyrządy zwane tradycyjnie galwanometrami. Wśród nich są przyrządy do pomiarów prądów stałych i zmiennych. Mogą to być zarówno mierniki wskazówkowe, wskazówkowe z wędrującą plamką świetlną - zwierciadlane tzw. balistyczne (przeznaczone do pomiaru krótkich impulsów) jak i przyrządy cyfrowe. W zależności od konstrukcji mierników i sposobu odczytu możemy podzielić je na mierniki wskazówkowe (wychyłowe) i cyfrowe. Mimo, że przyrządy wskazówkowe obecnie są skutecznie wypierane przez urządzenia wykonane w technice cyfrowej, to wciąż w wielu laboratoriach są one szeroko stosowane i dlatego też poświęcimy im nieco uwagi. Pomimo niższej niż przyrządy cyfrowe rozdzielczości odczytu mierniki wskazówkowe są bardzo wygodne ułatwiając jakościową obserwację ciągłych zmian mierzonej wielkości.

III.6.1. Przygotowanie pomiaru.

Przystępując do pomiaru należy dostosować wybór miernika do specyfiki planowanego pomiaru.

Podstawowe problemy, które należy rozstrzygnąć to:

1. rodzaj wielkości mierzonej: natężenie, napięcie, opór, indukcyjność itd.
2. rodzaj pomiaru: pomiar stało czy zmiennie prądowy (w przypadku pomiarów prądu i napięcia przemiennego odczytywaną wielkość należy interpretować jako wartość skuteczną).
3. przewidywany zakres wartości mierzonych
4. wymagana dokładność pomiaru (klasa przyrządu, rozdzielczość).

Precyzyjne pomiary w badaniach naukowych realizowane są zazwyczaj przez wyspecjalizowane mierniki. W praktyce laboratoryjnej częściej wykorzystuje się mierniki uniwersalne, tzw. multimetry, za pomocą których można mierzyć kilka różnych wielkości.

Zmiana trybu pracy odbywa się w nich przy użyciu klawiszy lub pokręteł oraz wykorzystanie różnych zacisków wejściowych.

Po dokonaniu wyboru miernika należy przygotować go do pomiaru.

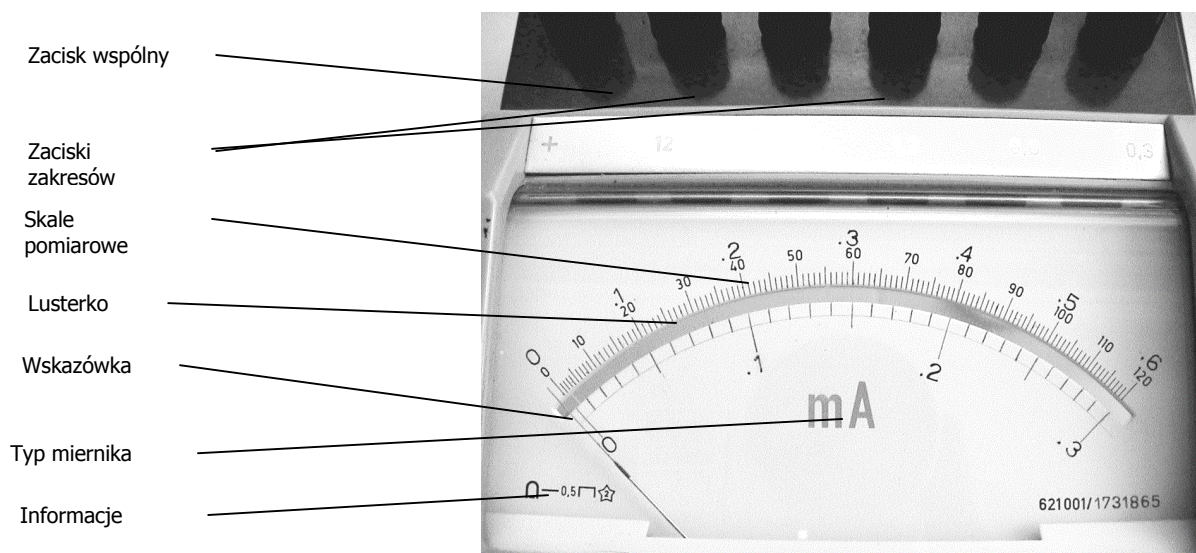
Przygotowanie polega na:

- ustawieniu trybu pracy (w przypadku multimetrów)
- podłączeniu przewodów do właściwych zacisków
- wyborze zakresu pomiarowego. Znając przewidywany rząd wielkości należy wybrać zakres o rząd większy i ew. później skorygować ten wybór. Jeśli nie mamy informacji o przewidywanych wartościach należy jako pierwszy wybrać zakres maksymalny, korygując go później w miarę potrzeby
- sprawdzeniu wyzerowania miernika nie podłączonego do sygnału zewnętrznego. W tym celu po podłączeniu przewodów i ustawieniu trybu i zakresu pomiarowego należy zwrócić przewody i ew. skorygować zerowe wskazania przyrządu pokręteł zerowania (patrz rys. 3.47.)
- wykonaniu prawidłowego podłączenia do obwodu, w którym dokonywany jest pomiar.

Dokonując pomiarów stało prądowych należy pamiętać o przestrzeganiu właściwej polaryzacji miernika. Zaciski oznaczone (+) lub **HI** należy podłączać do punktów obwodu o potencjale wyższym niż te, do których podłączony jest zacisk (-); **LO**; **COM** lub **GND**. W przypadku niewłaściwego podłączenia miernik wychyłowy nie będzie wskazywał żadnych wartości (wskazówka wyjdzie w lewo, poza zero skali) a miernik cyfrowy wyświetli wartość ujemną (dodatkowy znak -). W przypadku pomiarów zmiennie prądowych przewodów tzw. gorący należy podłączać do zacisków **HI** a przewód masy do zacisków oznaczonych **GND**; **COM**; **LO** lub znakiem uziemienia. Pomiary dużych natężeń prądów (kilkunastu amperów) możliwe są przy pomocy mierników uniwersalnych wyposażonych w specjalny zacisk (wejście zabezpieczone specjalnym bezpiecznikiem). Nie wolno wykorzystywać do takich pomiarów normalnych zacisków niskoprądowych.

III.6.2. Mierniki wskazówkowe.

Elektryczne mierniki wskazówkowe rys. 3.44. są przyrządami mechaniczno-elektrycznymi. Mierzony sygnał w postaci prądowej wywołuje, dzięki oddziaływaniom elektromagnetycznym, przemieszczenie ruchomego wskaźnika. Są to mierniki analogowe tzn. takie, w których zmieniający się w sposób ciągły sygnał wejściowy jest odwzorowany na odczyt ciągły, mogący przyjmować w teorii nieskończenie wiele wartości. W tym przypadku są to wychylenia wskaźówki miernika określane względem skali przyrządu. W zależności od zasady funkcjonowania możemy spotkać mierniki magnetoelektryczne, elektromagnetyczne i elektrodynamiczne.



Rys. 3.44. Okienko miernika wskazówkowego - miliamperomierza

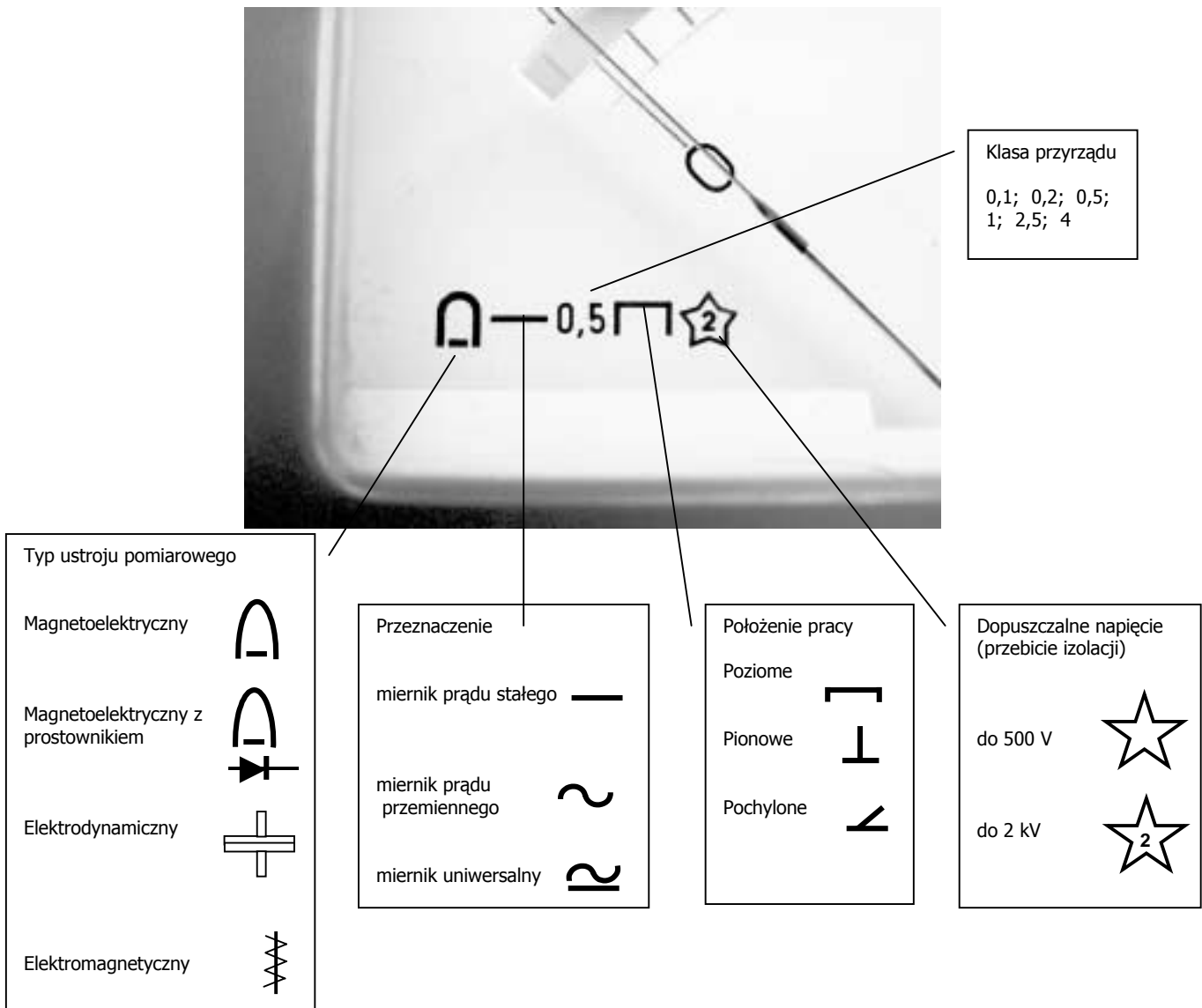
W **miernikach magnetoelektrycznych** mierzony prąd elektryczny płynie przez ruchomą, umieszczoną w polu magnesu stałego cewkę. Zależny od natężenia prądu moment sił elektrodynamicznych obraca cewkę a wraz z nią wskaźówkę miernika. Te mierniki można wykorzystywać jedynie do pomiarów prądu stałego.

Mierniki elektrodynamiczne są odmianą mierników magnetoelektrycznych. Magnes stały jest w nich zastąpiony elektromagnesem, przez którego cewkę płynie ten sam prąd, co przez ruchomy rdzeń. Mierniki te można wykorzystać do pomiarów zarówno prądów stałych jak i przemiennych.

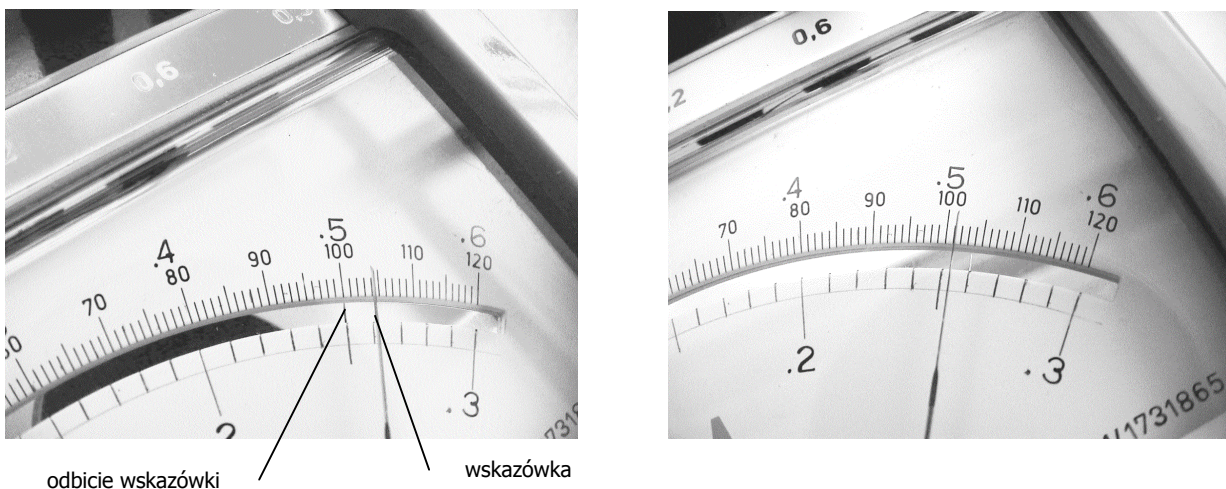
W **miernikach elektromagnetycznych** mierzony prąd płynie przez uzwojenia elektromagnesu, w którego szczelinie zawieszony są dwa rdzenie ferromagnetyczne (ruchomy i nieruchomy). Pod wpływem powstałego pola magnetycznego rdzenie magnesują się i oddziałują na siebie. Moment siły (zależny od kwadratu natężenia mierzonego prądu) działając na ruchomy rdzeń obraca go i zespoloną z rdzeniem wskaźówkę. Mierniki elektromagnetyczne można wykorzystywać zarówno do pomiarów prądu stałego jak i przemiennego (więcej o konstrukcji w [7]).

W okienku miernika wskazówkowego umieszczone są symbole informujące o przeznaczeniu przyrządu, typie ustroju pomiarowego, położeniu pracy, odporności na przebicie elektryczne, oraz dokładności wskazań (klasa miernika) – rys. 3.45.

Mierniki wielozakresowe wyposażone są w kilka skal o różnych podziałkach ułatwiających uzyskanie optymalnej rozdzielczości odczytu i określenie wartości mierzonej. Oprócz podziałek skali wyposażone są w lusterko pozwalające na eliminację efektu paralaksy (rys. 3.46.), który prowadzi do różnych, zależnych od kąta obserwacji, odczytów położenia wskaźówki względem skali. Efekt ten ilustrują dwa zdjęcia tego samego stanu amperomierza zrobione pod różnymi kątami obserwacji. W celu uniknięcia efektu należy tak dobrać pozycję obserwatora, aby obraz wskaźówki w lusterku znajdował się na jednej linii wzroku ze wskaźówką.



Rys. 3.45. Oznaczenia mierników wskazówkowych



Rys. 3.46. Efekt paralaksy

III.6.2.1. Odczytywanie wartości na miernikach wskazówkowych.

Prawidłowy odczyt wartości w przypadku wielozakresowych mierników wychyłowych wyposażonych w kilka podziałek jest etapowy.

Najpierw należy podjąć decyzję, z której skali dokonywany będzie odczyt. W niektórych wypadkach skale są dodatkowo opisane wskazując na ich użycie w określonym trybie pracy miernika (np. jako omomierza czy amperomierza, dla pomiarów prądu stałego lub zmiennego itp.). Wybór skali jest wówczas ściśle narzucony. Najczęściej jednak przy pracy w tym samym trybie istnieje możliwość korzystania z kilku **równoważnych** skal. Na rys. 3.46. powyżej są to np. skale; 0-0,6 ; 0-0,3 i 0-120.

Powstaje pytanie: którą z nich wybrać i kiedy?

Wybór skali podyktowany powinien być przede wszystkim rozdzielczością (możliwie największą) i ew. łatwością dokonywania przeliczeń wartości z uwzględnieniem zakresu. Zwykle skale odpowiadają dostępnym zakresom miernika w ten sposób, że liczba końcowa skali odpowiada wielokrotności (2x; 3x; 5x; 10x;100x)lub podwielokrotności (1/2; 1/3; 1/5) zakresów miernika.

Nadrzędnym kryterium wyboru jest rozdzielczość skali a dopiero potem ułatwienie w przeliczeniach!

Zilustrujemy ten problem na przykładzie.

Pokazany na rys. 3.44. miliamperomierz wyposażony jest w trzy skale (0-0,3); (0-0,6) i (0-120).

Z uwagi na poziom mierzonej wartości pomiar odbywa się na zakresie 0,6 mA. Najwygodniej zatem byłoby wykorzystać skalę 0-0,6 i odczytać wartość bez jakichkolwiek przeliczeń. Skale mają jednak różną rozdzielczość: skala 0-0,6 ma rozdzielczość 1/6 zakresu (sześć działek elementarnych na skali); skala 0-0,3 rozdzielczość 1/30 zakresu (30 działek elementarnych) a skala 120 ma rozdzielczość aż 1/120 zakresu(120 działek elementarnych). Należy więc skorzystać ze skali 120 osiągając rozdzielczość odczytu rzędu 0,005 mA (wartość 0,505mA).

Wybór zakresu.

Optymalizując zakres należy kierować dwoma zaleceniami:

- zakres powinien być tak wybrany by wychylenie wskazówki znajdowało się w obszarze 50-90 % skali. W ten sposób optymalnie wykorzystana zostanie rozdzielczość i dokładność przyrządu.
Jeśli np. używając miliamperomierza o klasie 1,5 chcemy zmierzyć natężenie prądu o wartości rzędu 3mA i np. mamy do dyspozycji zakresy 5mA i 10mA, to należy wybrać zakres 5mA. Błąd bezwzględny popełniany w tym wypadku wyniesie $1,5 \times 5 \times 0,01 = 0,075 \text{mA}$, czyli $100\%(0,075/3) = 2,5\%$, podczas gdy w drugim przypadku odpowiednio błąd bezwzględny będzie wynosił $0,15 \text{mA}$ i 5%
- O ile to możliwe, w seriach pomiarowych należy unikać zmian zakresów w ramach danej serii pomiarowej. Błąd bezwzględny pomiarów jest wówczas stały dla całej serii.

Ustalanie wartości.

Dokonujemy odczytu liczby działek elementarnych z wybranej skali – Y_n

Odnótowujemy liczbę działek elementarnych wybranej skali: $-N$

Obliczamy wartość współczynnika skali $-w$ - odpowiadającą jednej działce elementarnej przy wybranym zakresie pomiarowym $-Z$: $w = Z/N$.

Obliczamy wartość odczytu: $Y = w Y_n$

Przykład 3.1:

Zdjęcie pokazuje miernik pracujący w trybie miliamperomierza. Wybrano zakres $Z=150$ mA.

Ze względu na rozdzielczość odczyt odbywa się ze skali 75 (liczba działek elementarnych $N=75$)

Współczynnik skali w wynosi
 $w=150\text{mA}/75 = 2\text{mA}/\text{działkę}$

Odczytana liczba działek skali wynosi
 $Y_n=22,0$

Ostatecznie wartość mierzona: $Y=Y_n \cdot w = 22 \times 2=44\text{mA}$.

Podobny rachunek przeprowadzony dla odczytu wykorzystującego drugą skalę (30) wygląda następująco:

$Z=150\text{mA}$

$N=30$

$w=150/30=5\text{mA}/\text{działkę}$

$Y_n = 8,5 \text{ działek}$

$Y = Y_n \times w = 8,5 \times 5=42,5 \text{ mA}$.



Pokrętko
zerowania skali

Rys.3.47. Odczyt wartości z miliamperomierza

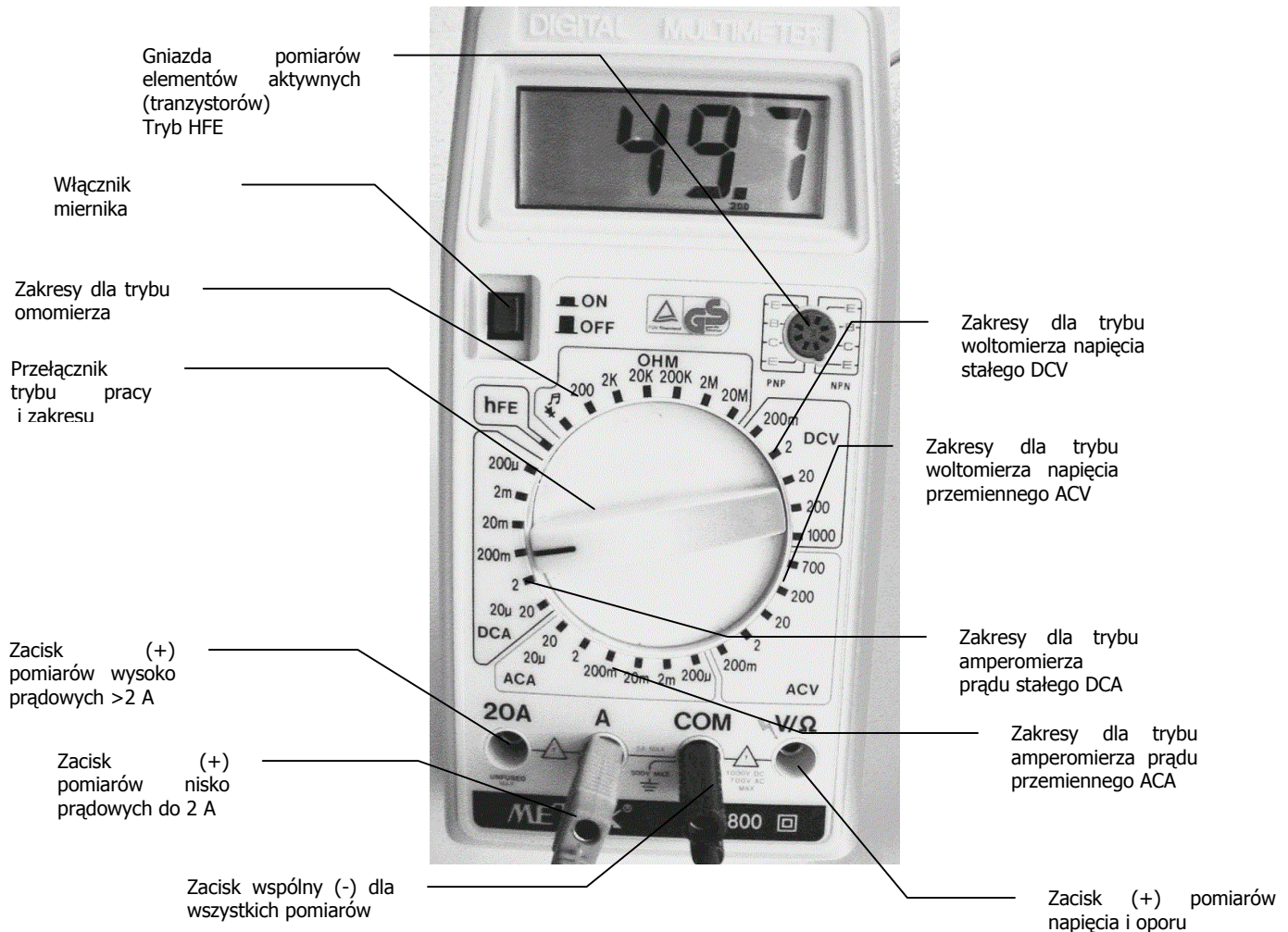
Warto zauważyć, że ostatnia cyfra drugiego odczytu nie jest znacząca, bo błąd bezwzględny przy klasie przyrządu 0,5 i zakresie 150mA wynosi 0,75mA, a więc odczyt drugi powinien być zaokrąglony do wartości 43mA.

III.6.3. Mierniki cyfrowe.

Mierniki cyfrowe opierają swe funkcjonowanie na przetwarzaniu ciągłego sygnału wejściowego (najczęściej napięciowego) na postać dyskretną zapisaną w odpowiednim kodzie cyfrowym.

Przetwarzanie takie odbywa się poprzez próbkowanie (dające ciąg wartości mierzonych co określony odstęp czasu) a następnie kwantowanie wartości. Kwantowanie oznacza przypisanie każdej wartości próbki reprezentującej ją liczby ze skończonego zbioru poziomów sygnału. Ilość poziomów wyznacza rozdzielczość przetwornika – np. przetwornik 8 bitowy – 256 poziomów, 16 bitowy - 65536 poziomów. Ostatnim etapem jest wytworzenie ciągu standardowych impulsów kodujących otrzymaną reprezentację sygnału w kodzie dwójkowym lub dwójkowo dziesiętnym (BCD).

Te operacje realizuje to element zwany przetwornikiem analogowo-cyfrowym umownie oznaczany jako A/C lub A/D. Istnieje wiele typów przetworników A/C opartych na różnych metodach przetwarzania min. jednokrotnego i podwójnego całkowania, przetwarzania napięcia na częstotliwość, kompensacji czy bezpośredniego porównywania z napięciem odniesienia - tzw. flash. Omówienie, choćby pobieżne szczegółów przetwarzania analogowo cyfrowego wykracza znacznie poza cele niniejszego materiału. Zainteresowanych odsyłamy do literatury [8] oraz do materiałów dostępnych w Internecie [9] i [10].



Rys.3.48. Rozmieszczenie elementów regulacyjnych przenośnego multimetru cyfrowego

III.6.3.1. Rozdzielczość i dokładność mierników cyfrowych.

Rozdzielczość

Na „zewnątrz” miernika teoretyczna rozdzielczość - r wynika z ilości wyświetlanych cyfr - N oraz wybranego zakresu pomiarowego - Z .

Spotykamy dwa rozwiązania wyświetlaczy: pełne, tzn. takie, w których na wszystkich miejscach mogą być wyświetlane wszystkie cyfry od 0 do 9 oraz niepełne, na których na najwyższej pozycji (pierwsza z lewej cyfra) może być wyświetlana jedynie 1 lub nie wyświetlana jest żadna cyfra.

Dla wyświetlaczy pełnych rozdzielczość odczytu obliczamy korzystając z zależności: $r=Z/10^N$. Np. dla woltomierza z pełnym wyświetlaczem 4 miejsc na zakresie 100mV możemy dokonywać pomiarów w przedziale 0 - 99,99mV z rozdzielczością odczytów: $r=100/10^4=0,01mV$.

Dla miernika z wyświetlaczem niepełnym przy określaniu rozdzielczości bierzemy pod uwagę jedynie liczbę cyfr w pełni wyświetlanych. Jednocześnie zamiast pełnej wartości zakresu do rozważań bierzemy rząd wybranego zakresu (przy wybranym zakresie np. 20, bierzemy $Z=10$). Np. dla miernika o 3 i ½ cyfry (w zasadzie wyświetlacz ma 4 miejsca, ale na pierwszej z lewej pozycji wyświetla on jedynie 1) i dla zakresu 200mV (rząd zakresu 100mV) możemy dokonywać pomiarów w zakresie 0-199,9 mV z rozdzielczością odczytu: $r=100/10^3=0,1mV$.

Dokładność odczytu.

Teoretyczna, wynikająca min. z ilości miejsc wyświetlacza, rozdzielczość miernika cyfrowego nie może być traktowana jako błąd bezwzględny odczytu (dokładność pomiaru). Błąd taki obliczamy na podstawie podawanych przez producenta miernika: błędu podstawowego (błąd wartości mierzonej) $-B_p$ oraz błędu rozdzielczości (błąd zakresu) $-B_r$.

Błąd podstawowy zależy min. od jakości przetwornika A/C i podawany jest w procentach wartości mierzonej U .

Błąd rozdzielczości wynika z rozdzielczości przetwornika A/C i podawany jest jako procent wykorzystywanego zakresu pomiarowego $-Z$.

Błąd bezwzględny odczytu jest złożeniem obu błędów i obliczany jest ze wzoru:

$$\Delta U = B_p \cdot U + B_r \cdot Z \quad (3.7.)$$

Błąd względny odpowiednio:

$$\frac{\Delta U}{U} = B_p + B_r \frac{Z}{U} \quad (3.8)$$

Przykład: Wykorzystując woltomierz cyfrowy o pełnym 4 pozycyjnym wyświetlaczu i ustawiając zakres na 100 mV odczytujemy wielkość napięcia 76,43 mV. Podawany przez producenta błąd podstawowy wynosi $B_p = 0,05\%$ a błąd rozdzielczości $B_r = 0,01\%$.

Wówczas:

Błąd bezwzględny:

$$\Delta U = 0,05 \cdot 10^{-2} \cdot 76,43 \cdot 10^{-3} [V] + 0,01 \cdot 10^{-2} \cdot 100 \cdot 10^{-3} [V] = 4,8 \cdot 10^{-5} [V] = 0,048 [mV]$$

a błąd względny:

$$\frac{\Delta U}{U} = 0,05 \cdot 10^{-2} + 0,01 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{100}{76,43} = 6,3 \cdot 10^{-4} = 0,063\%$$

W wielu przypadkach znany jest tylko błąd podstawowy B_p . Wówczas za wartość błędu rozdzielczości B_r przyjmuje się opisywaną wcześniej rozdzielczość odczytu r .

Zwróćmy uwagę na istotne różnice między rozdzielczością odczytu r a wartością błędu bezwzględnego obliczaną wg. wzoru (3.7). Rozdzielczość r wynosi w tym przypadku 0,01mV, podczas gdy prawidłowo obliczony błąd bezwzględny $\Delta U = 0,048mV$, a więc jest blisko 5 razy większy.

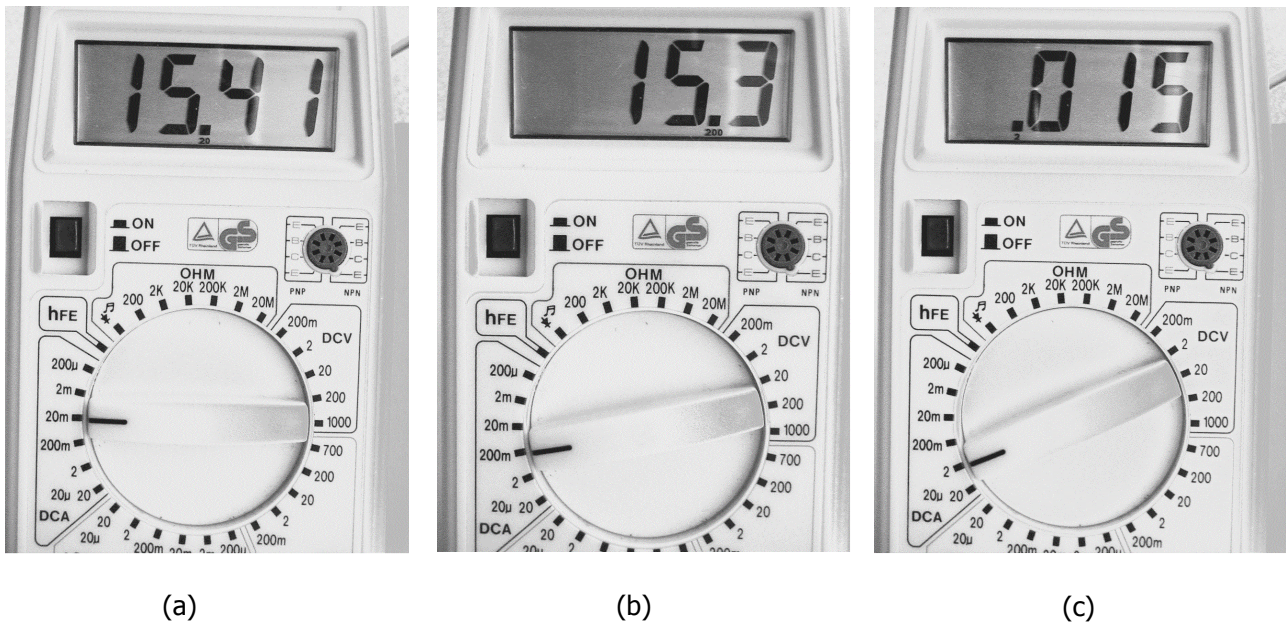
Uwagi dotyczące wyboru zakresu pomiarowego.

Podobnie jak w przypadku mierników wychyłowych wybór zakresu pomiarowego w zasadniczy sposób wpływa na dokładność odczytu (błąd bezwzględny i względny).

Ilustrują to obliczenia błędów dla trzech pomiarów tej samej wartości prądu rzędu 15mA wykonane na trzech zakresach pomiarowych (20 mA; 200 mA i 2A) miernika cyfrowego o wyświetlaczu 3 i 1/2 cyfry i deklarowanych błędach: $B_p = 0,05\%$ i $B_r = 0,02\%$ - rys.3.49. Wyniki obliczeń przeprowadzonych zgodnie z podanymi wcześniej wzorami zebrane są w tabeli 3.3.

Tabela 3.3. Zestawienie rozdzielczości i dokładności odczytów miernika cyfrowego dla różnych zakresów.

Zakres	Odczyt	Rozdzielczość r	Błąd bezwzględny ΔI	Błąd względny $\Delta I/I$
20 mA	15,41 mA	0,01mA	0,01mA	0,08%
200 mA	15,3 mA	0,1mA	0,05mA	0,3%
2A	0,015A	1 mA	0,5mA	3%

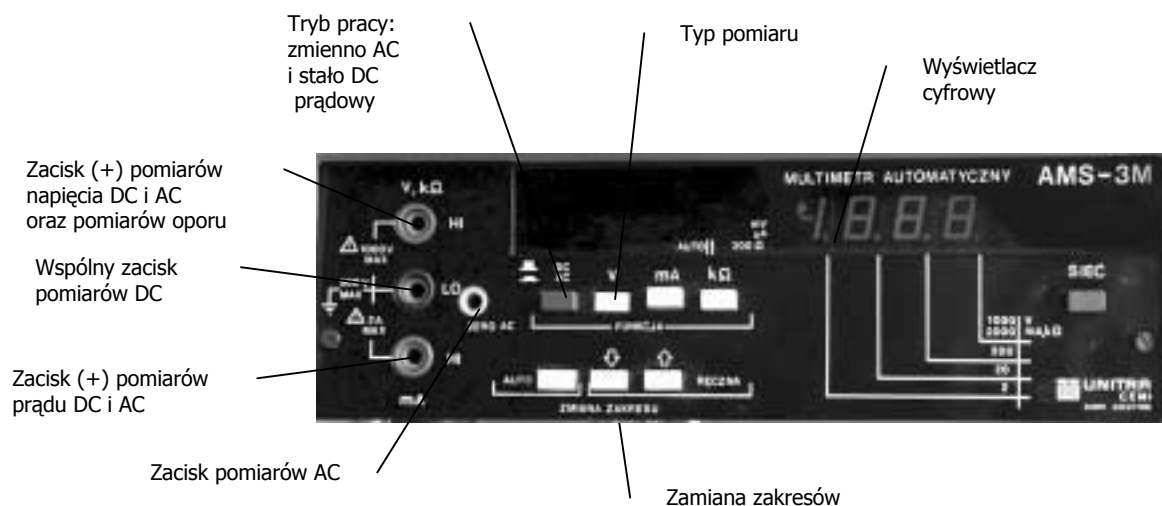


Rys. 3.49. Wpływ zakresu pomiarowego na dokładność odczytu miernika cyfrowego

Jak łatwo zauważyć, błąd bezwzględny jest większy lub równy rozdzielczości a optymalnym wyborem (najmniejsze wartości błędów) jest zakres najmniejszy (wartość mierzona jest zbliżona do maksymalnej wartości zakresu).

W niektórych miernikach cyfrowych dobór zakresu i określanie polaryzacji sygnału dokonuje się automatycznie, stosownie do poziomu wartości mierzonej.

Inny typ multimetru cyfrowego wykorzystywanego w laboratorium PŁ przedstawia rys. 3.50. Wybór zakresu pomiarowego w tym urządzeniu odbywa się automatycznie lub ustawiany jest ręcznie.



Rys.3.50. Stacjonarny multimetr cyfrowy AMS-3M

III.6.4. Rola oporności wewnętrznej przyrządów.

Idealny miernik elektryczny nie zmienia parametrów obwodu elektrycznego, w którym dokonywany jest pomiar i jest dla obwodu „przezroczysty”. W rzeczywistości, przez odpowiedni wybór układu pomiarowego i typu miernika możemy jedynie minimalizować jego wpływ na sytuację w obwodzie. Podstawową rolę w tym problemie odgrywa impedancja wewnętrzna miernika (głównie rezystancja wejściowa).

Mierniki wychyłowe (magnetoelektryczne, elektrodynamiczne) z zasady działania reagują na płynący przez nie prąd elektryczny. Z ich konstrukcji wynika ograniczona (maksymalna) wartość prądu, który bez obawy o uszkodzenie przyrządu może płynąć przez jego urządzenie pomiarowe. Zwykle są to niewielkie prądy, rzędu 10^{-6} A. Jeśli taki miernik ma być użyty do pomiaru natężenia o większej wartości, to należy równolegle do obwodu ustroju pomiarowego włączyć opornik (tzw. bocznik o wartości zapewniającej stałą, dopuszczalną wartość prądu płynącego przez sam urządzenie pomiarowe. W ten sposób przez zmienne oporności boczników uzyskujemy amperomierz wielozakresowy. Łatwo wykazać, że n krotne zwiększenie zakresu amperomierza o oporności ustroju pomiarowego R_u wymaga wbudowania bocznika o wartości: $R_b = R_u \frac{n}{n-1}$. Całkowita rezystancja wejściowa amperomierza R_{we} (równoległe połączenie R_u i R_b) maleje ze wzrostem zakresu.

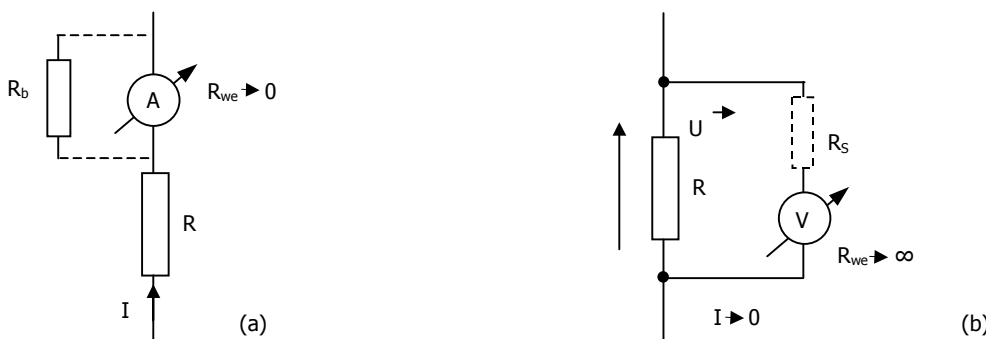
$$R_{we} = R_u \frac{n}{n+1} \quad (3.9.)$$

Jeśli miernik ma być użyty do pomiaru napięcia większego niż iloczyn oporności ustroju pomiarowego i dopuszczalnej wartości prądu $U_0 = R_u I_{max}$ to należy szeregowo z obwodem ustroju wbudować opornik, uzyskując w ten sposób podział napięcia przyłożonego do zacisków wejściowych miernika U na stałą część U_0 i spadek napięcia na wbudowanym oporniku szeregowym U_R , $U_R + U_0 = U$.

Podobnie jak w przypadku zmiany zakresu amperomierza wykorzystując prawa przepływu prądu stałego łatwo określić wartość opornika szeregowego zwiększającego zakres pomiarowy woltomierza o oporze samego ustroju R_u z U_0 do nU_0 : $R_s = (n-1)R_u$. Zatem całkowita rezystancja wejściowa woltomierza $R_{we} = R_u + R_s$ jest proporcjonalna do zakresu: $R_{we} = nR_u$

Prąd, którego natężenie ma mierzyć amperomierz musi przepłynąć przez układ amperomierza (część przez jego urządzenie, pozostała część przez bocznik). Zatem amperomierz należy wbudować w obwód szeregowo (rys.3.51.a.). Aby jego wprowadzenie do obwodu nie wpływało na wartość mierzonego prądu rezystancja wejściowa amperomierza powinna być możliwie mała (idealnie: zerowa).

Woltomierz mierzy różnicę potencjałów między punktami obwodu i dlatego jest wbudowany równoległe do tego fragmentu obwodu (rys. 3.51.b.). Spadek napięcia na elemencie obwodu związany jest z natężeniem płynącego przez niego prądu. Zatem maksymalnie należy ograniczyć wartość prądu płynącego przez sam woltomierz. Woltomierz powinien mieć możliwie dużą (idealnie: nieskończoną) rezystancję wejściową.



Rys.3.51. Amperomierz i woltomierz w obwodzie

Rzeczywiste mierniki w ograniczonym zakresie spełniają opisane wymagania i planując pomiary należy rozważyć wpływ rzeczywistej oporności wejściowej i odpowiedni schemat zastępczy miernika na przebieg i jakość pomiaru.

Poprawne wykorzystanie woltomierza możliwe jest dla pomiarów spadków napięć na oporach znacznie, co najmniej rząd wielkości, mniejszych od jego oporności wejściowej. Pomiar napięć na oporach o wartościach porównywalnych z opornością wejściową woltomierza są obciążone dużym błędem, a dla oporów znacznie (o kilka rzędów wielkości) większych wręcz niemożliwe (woltomierz wykazuje zerową wartość napięcia). Wynika to z istotnej zmiany oporności fragmentu obwodu po włączeniu woltomierza i rozplywu prądów zależnego od relacji oporności właściwej i oporności podłączonego miernika.

Oporności wejściowe woltomierzy wychyłowych są rzędu kilkuset $k\Omega$ a woltomierzy cyfrowych są znacznie większe, rzędu $10^6 - 10^9 \Omega$ co sprawia, że te ostatnie w znacznie mniejszym stopniu zaburzają sytuację w obwodzie.

Oporności wejściowe woltomierzy podawane są przez producenta lub na skali przyrządu, najczęściej w postaci oporności przeliczonej na 1V wartości zakresu pomiarowego, np. $20k\Omega/V$, co należy interpretować następująco: na zakresie 1V rezystancja wejściowa wynosi $20k\Omega$, na zakresie 10V odpowiednio $200k\Omega$ a na zakresie 100mV $2k\Omega$.

W niektórych miernikach wychyłowych wartość oporności wejściowej można obliczyć z podanej na skali wartości prądu miernika odpowiadającego maksymalnemu wychyleniu wskazówki – I_{max} . Wówczas rezystancja:

$$R_{WE} = \frac{U_{zakresu}}{I_{max}} \quad (3.10.)$$

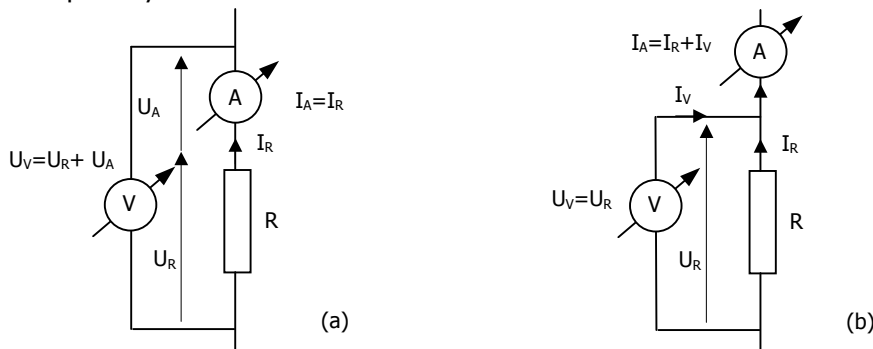
W podobny sposób można przeanalizować zastosowanie amperomierzy.

Jeśli ich opór wejściowy jest porównywalny lub znacznie większy od oporności gałęzi obwodu, w którą włączony jest miernik to zmienia on istotnie wartość prądu w tej gałęzi.

Poprawny pomiar amperomierzem możliwy jest jedynie gdy opór gałęzi obwodu jest o kilka rzędów wielkości większy od R_{WE} amperomierza.

Problem wpływu oporności wejściowej amperomierzy jest w typowych zastosowaniach znacznie mniej kłopotliwy niż w przypadku woltomierzy ponieważ ich oporności wejściowe są małe, rzędu kilku omów. Oporności wejściowe amperomierzy podawane są przez producenta w opisie przyrządu lub na jego skali.

Wpływ relacji oporności wejściowych mierników i oporności badanych elementów obwodu na wybór konfiguracji pomiaru dobrze ilustruje przypadek jednoczesnego pomiaru natężenia prądu płynącego przez element obwodu i spadku napięcia na tym elemencie. Możliwe są dwie konfiguracje podłączenia mierników – patrz rys.3.52.a. i b.



Rys. 3.52. Dwie konfiguracje jednoczesnego pomiaru napięcia i natężenia prądu płynącego przez element R

W układzie (a) dokładny jest pomiar prądu. Napięcie wykazywane przez woltomierz jest większe niż rzeczywiste napięcie na badanym elemencie.

W układzie (b) dokładny jest pomiar napięcia. Natężenie prądu wykazywane przez amperomierz jest większe niż rzeczywisty prąd płynący przez element.

Odstępstwa od wartości rzeczywistych w konfiguracji (a) maleją ze wzrostem oporności elementu R natomiast w konfiguracji (b) odstępstwo pomiaru prądu jest tym mniejsze im mniejsza rezystancja R. Na podstawie znajomości oporu R możemy więc dobrać odpowiednią konfigurację pomiaru.

Przy planowaniu pomiarów oprócz oporności wejściowej miernika należy rozważyć wpływ jego pojemności wejściowej C_{WE} . Jej rola jest szczególnie zauważalna w przypadku mierników cyfrowych (mierniki wskazówkowe mają bardzo małą pojemność wejściową). Mierniki cyfrowe charakteryzują się dużą pojemnością wejściową, rzędu $1\mu F$, ma wpływ na zachowanie się miernika. Ze względu na dużą rezystancję wejściową i dużą pojemność ustalanie się wskazań miernika jest wydłużone. Można to wytłumaczyć długim czasem ładowania się pojemności przy bardzo małym prądzie.

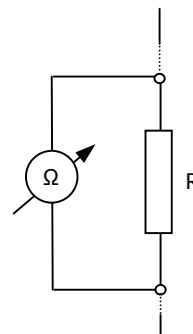
III.6.5. Pomiary innych wielkości elektrycznych.

Pomiar oporności.

Realizowany jest przy pomocy omomierza (lub odpowiedniego trybu pracy multimetru) i jest w zasadzie pomiarem spadku napięcia na badanym elemencie podłączonym do wbudowanego w miernik źródła prądowego (o stałej wartości natężenia prądu). Należy pamiętać, że omomierze (także analogowe) wymagają zasilania.

Dokonując pomiaru oporności elementu trzeba pamiętać by:

- najpierw odłączyć badany element od reszty obwodu patrz rys.
- ograniczyć czas pomiaru - pracujący i podłączony do elementu omomierz wyczerpują źródło zasilania.



Rys. 3.53. Pomiar oporności

Pomiar indukcyjności i pojemności

Realizowany jest przy pomocy mierników uniwersalnych lub indywidualnych przyrządów, min. tzw. mostków pojemności i indukcyjności.

Pomiar polega również na pomiarze spadku napięcia na elemencie, który jest zasilany z wbudowanego w miernik generatora prądem o stałej częstotliwości.

W przypadku przyrządów mostkowych, pomiar dokonywany jest poprzez doprowadzenie do tzw. zrównoważenia wskazań mostka. Mierzoną wartość odczytujemy z odpowiadających stanowi równowagi mostka nastaw pokręteł i przełączników urządzenia. Podobnie jak w przypadku pomiaru oporności miernik podłączamy po odłączeniu elementu od reszty obwodu (tj. tak jak na rys. 3.53.).

Przy łączeniu przyrządów należy pamiętać o połączeniu ze sobą wszystkich wejść masy (COM, GND) różnych przyrządów.

III.6.6. Oscyloskop.

Oscyloskop katodowy wykorzystywany jest do obserwacji i pomiarów elektrycznych sygnałów zmieniających się w czasie lub zależnych od siebie par sygnałów. Może być stosowany bezpośrednio do pomiarów napięcia, częstotliwości, przesunięcia fazowego i parametrów kształtu sygnału a także pośrednio min. do wyznaczania mocy i charakterystyk elementów elektronicznych.

Biorąc pod uwagę sposób przetwarzania i wizualizacji sygnału produkowane oscyloskopy dzielą się na trzy podstawowe grupy:

- analogowe
- analogowe z pamięcią
- cyfrowe

Ze względu na ilość niezależnie przetwarzanych sygnałów możemy podzielić je na jednokanałowe, dwustrumieniowe i dwukanałowe.

Zasadę pracy oscyloskopu omówimy w skrócie na przykładzie oscyloskopu analogowego. Podstawowe elementy regulacji i kontroli i zasady użytkowanie są we wszystkich rodzajach oscyloskopów takie same.

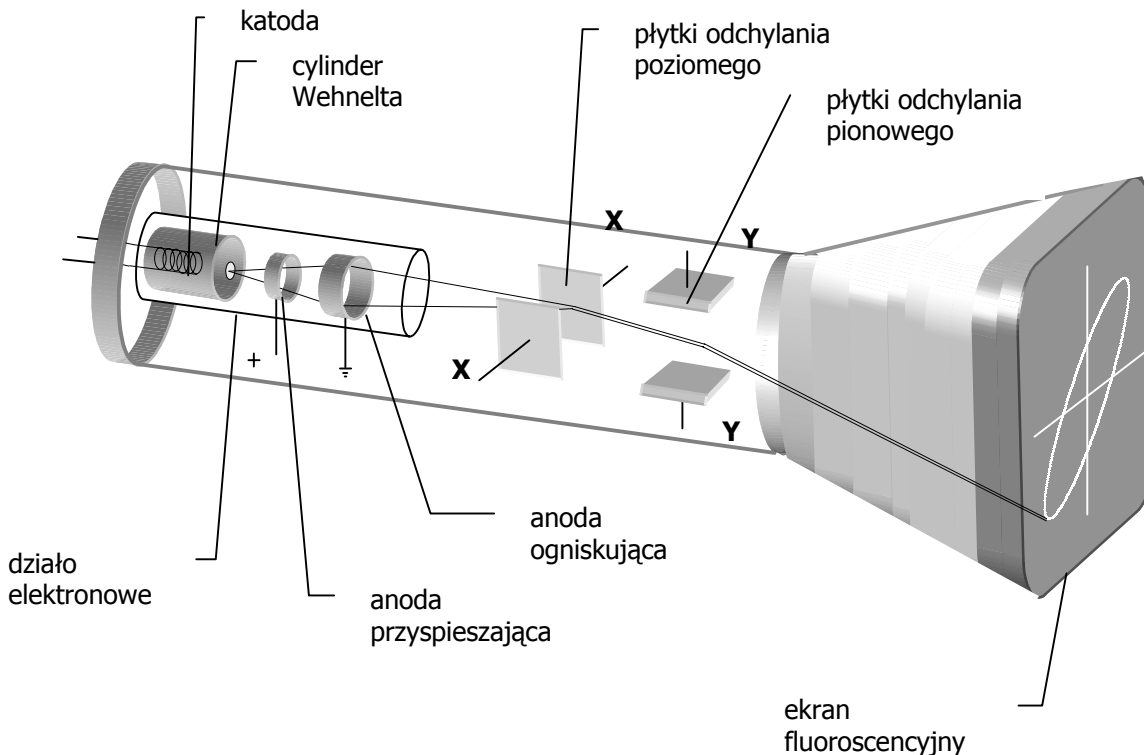
III.6.6.1. Budowa i zasada działania oscyloskopu.

Zasadniczym elementem przyrządu jest **lampa oscyloskopowa**, na fluorescencyjnym ekranie której powstaje wywołany wiązką elektronów obraz badanych sygnałów. W oscyloskopie analogowym obraz powstaje bezpośrednio z sygnałów podanych na wejścia oscyloskopu, w czasie rzeczywistym. W oscyloskopach cyfrowych obserwowany obraz powstaje z pewną (niezauważalną dla oka) zwłoką wynikającą z czasu trwania przetwarzania sygnału w trybie analog-cyfra-analog.

Budowę lampy przedstawia rys. (3.54.). W zamkniętej, próżniowej bańce szklanej, która rozszerza się ku końcowi zakończonemu prawie płaskim dnem i pokrytego luminoforem ekranu, rozmieszczone jest źródło wiązki elektronów oraz elektrody formujące i odchylające wiązkę.

Elektrony emitowane są w rezultacie termo-emisji przez żarzoną pośrednio katodę. Wyemitowane elektrony są przyspieszane przez anodę o wysokim potencjale elektrycznym (rzędu kV). Strumień elektronów jest najpierw skupiany w zbieżną wiązkę przez cylindryczną siatkę o ujemnym potencjale (cylinder Wehnelta). Siatka ta dodatkowo umożliwia kontrolę ilości elektronów docierających do ekranu (regulacja jasności obrazu). Różnica potencjałów anody ogniskującej (V_0) i przyspieszającej

(V_p) – $V_o < V_p$ wytwarza tzw. soczewkę elektrostatyczną ostatecznie ogniskując wiązkę w płaszczyźnie ekranu (regulacja ostrości obrazu). Zespół katody i elektrod formujących wiązkę nosi nazwę działa elektronowego. Padająca na ekran wiązka pobudza do świecenia ziarna luminoforu, którym jest on pokryty (od wewnętrznej strony bańki). Powstałe w wyniku wtórnej emisji na ekranie elektrony są pochłaniane przez uziomioną grafitową powłokę boczną przedniej części lampy. Na ekranie umieszczona jest skala umożliwiająca ilościowe odczyty położenia plamki świetlnej.



Rys. 3.54. Lampa oscyloskopowa

W oscyloskopach z lampą pamiętającą warstwa luminoforu charakteryzuje się długim czasem poświaty, który dodatkowo może być regulowany w zakresie do kilku minut. Zapewnia to podtrzymanie powstałego na ekranie obrazu.

Położenie wiązki na ekranie jest kontrolowane przez dwa układy płaskich elektrod: pionowych płytek **odchylenia poziomego (X-X)** i poziomych płytek **odchylenia pionowego (Y-Y)**. Powstałe w wyniku przyłożonego do nich napięcia pola elektryczne odchylają wiązkę w poziomie i pionie a wartości odchyżeń są proporcjonalne do przyłożonych napięć U_x i U_y . Przyłożenie stałych wartości napięć U_x i U_y wywołuje na ekranie obraz w postaci plamki. Jeśli napięcia te będą zmieniały się w czasie to plamka będzie przemieszczała się po powierzchni ekranu. Przyłożone do płytek **Y-Y** napięcie przemienne o częstotliwości powyżej 20 Hz wywoła obraz w postaci ciągłej pionowej linii. Podobnie napięcie przemienne przyłożone do płytek **X-X** wywoła linię poziomą. Kiedy jednocześnie do obu par płytek zostanie przyłożone napięcie zmienne na ekranie zaobserwujemy linie, których kształt i rozmiary zależne będą od parametrów przyłożonych napięć.

Badając zależności czasowe sygnału, doprowadza się go na wejście **Y-Y**. Do płytek odchylenia poziomego **X-X** przyłożone zostaje napięcie zmienne o szczególnym kształcie tzw. piłokształtne (patrz rys.). W fazie liniowego narastania tego napięcia w czasie, plamka jest przesuwana ruchem jednostajnym w poziomie. Skokowa zmiana polaryzacji przyłożonego napięcia powoduje szybki powrót plamki do położenia wyjściowego po osiągnięciu krańca ekranu. W ten sposób na ekranie widoczna jest ciągła krzywa przebiegu czasowego. Źródłem napięcia piłokształtnego jest układ zwany generatorem podstawy czasu. Obraz zmiennego napięcia U_y jest nieruchomy na ekranie jedynie gdy występuje zgodność częstotliwości jego zmian z częstotliwością napięcia podstawy czasu (są równe lub są krotnościami). Częstotliwość sygnału podstawy czasu jest regulowana szerokim zakresie (od 10^6 Hz do 10^1 Hz). Pełną zgodność częstotliwości uzyskuje się poprzez synchronizację generatora podstawy czasu z sygnałem mierzonym. Dodatkowo do synchronizacji wykorzystuje się układ kontroli

wyzwalania (triggering) czyli wyboru poziomu lub charakteru zmian – narastanie, opadanie sygnału uruchamiającego generator podstawy czasu (ustawiającego początkowy punkt osi czasu).

W najczęściej stosowanym, automatycznym trybie wyzwalania udział operatora w uzyskaniu synchronizacji jest ograniczony do wyboru częstotliwości podstawy czasu.

Nastawami wzmacniacza sygnału **Y** dobieramy wzmocnienie tak by przebieg widoczny był na ekranie. Interesujące nas wartości napięcia sygnału określamy odczytując wyrażoną w liczbie podziałek elementarnych skali wartość rzędnej z ekranu – **N** - oraz wybraną pokrętkiem wzmocnienia sygnału **Y** czułość **C** wzmacniacza wyrażoną w woltach na działkę elementarną skali (najczęściej V/cm). Wartość napięcia otrzymujemy z zależności:

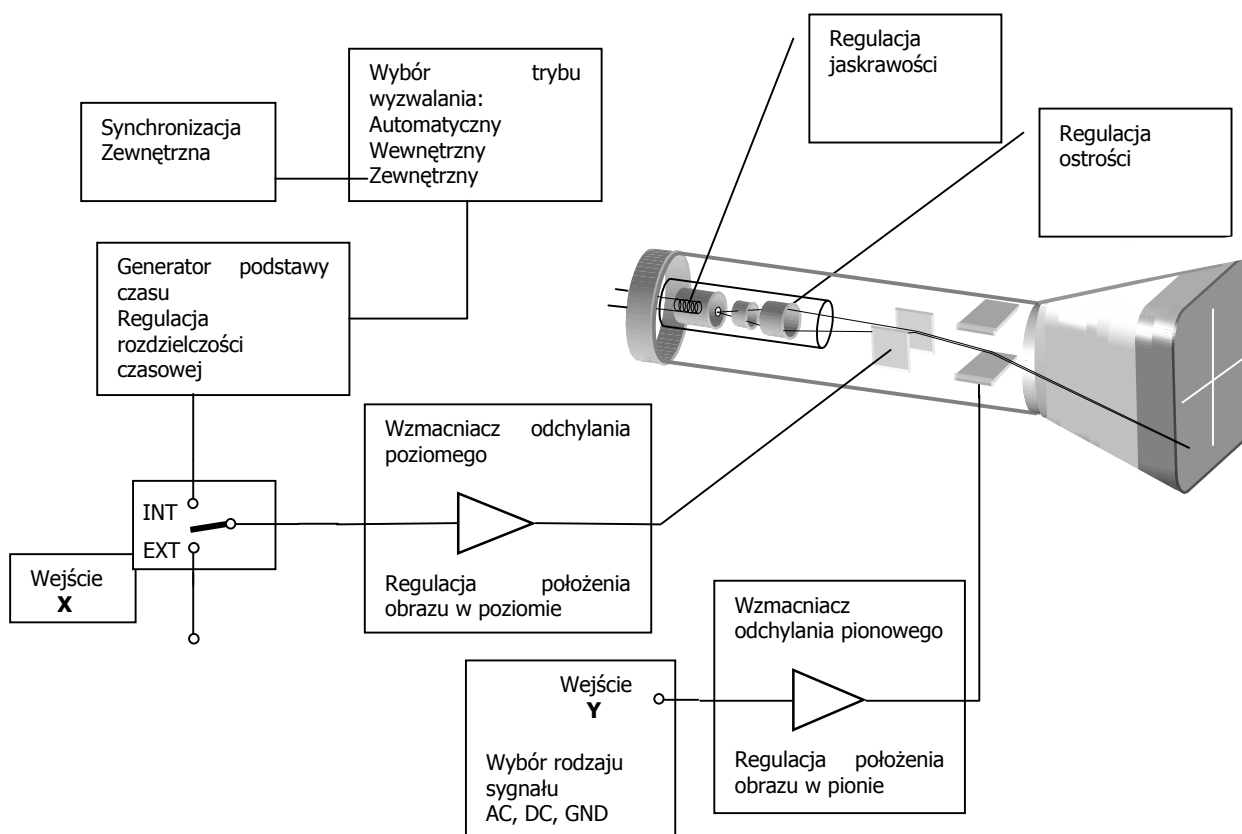
$$U_Y [V] = C[V/dz] \times N[dz].$$

Podobnie korzystając z nastaw generatora podstawy czasu (wyrażonych w sec/działkę) możemy odczytywać interesujące nas wartości odstępów czasu (np. okres sygnału).

Do płytek odchylenia poziomego można również przyłożyć inne, zewnętrzne napięcie przemienne. Możliwość tę wykorzystujemy badając zależności funkcyjne dwóch zmiennych w czasie sygnałów.

Należy wówczas przełączyć przełącznik podstawy czasu w tryb **X-Y**

Jeden z sygnałów podawany jest na wejście **X** (jako EXT X), drugi na wejście **Y**.

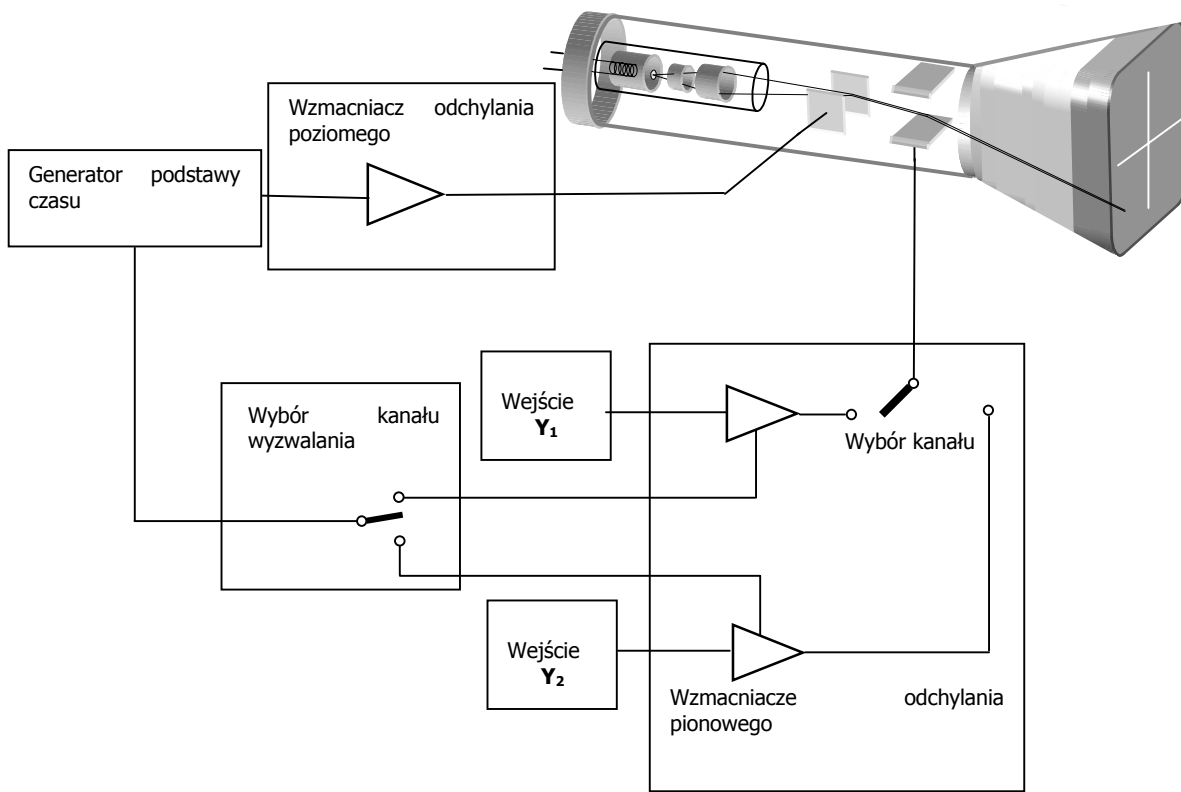


Rys. 3.55. Schemat funkcjonalny oscyloskopu jednokanałowego

Do jednoczesnej obserwacji czasowych kilku sygnałów wykorzystuje się oscyloskopy z kilkoma kanałami wejściowymi **Y**. Ze względu na konstrukcję dzielą się one na oscyloskopy dwustrumieniowe - dwuwiaźkowe lub wielowiaźkowe i wielokanałowe.

W **oscyloskopach dwustrumieniowych** lampa wytwarza dwie niezależnie formowane i odchylane wiązki elektronowe. Oscyloskopy te wyposażone są w jedną, wspólną parę płytek odchylenia poziomego **X-X** sterowanych przez generator podstawy czasu lub zewnętrzny sygnał **X** oraz dwie pary płytek odchylenia pionowego **Y₁** i **Y₂**, na które podawane mogą być dwa niezależne sygnały wejściowe.

W **oscyloskopach dwukanałowych** wytwarzana jest tylko jedna wiązka elektronowa odchylana przez dwie pary płytek **Y-Y** do których naprzemiennie (najczęściej co drugi przebieg) podawane są sygnały z wejść **Y₁** i **Y₂**. Funkcjonalnie te dwa typy oscyloskopów są w zasadzie równoważne.



Rys. 3.56. Schemat funkcjonalny oscyloskopu dwukanałowego

W **oscyloskopach cyfrowych** sygnał wejściowy jest przetwarzany przez przetwornik analogowo-cyfrowy i zachowywany w pamięci w postaci cyfrowej. Tak zebrana informacja jest następnie przetwarzana, z zachowaniem porządku czasowego na sygnał analogowy (przetwornik C/A) i podawana na płytki odchylenia pionowego. Oscyloskopy cyfrowe mogą bezpośrednio współpracować ze sterowanymi komputerowo systemami pomiarowymi. Dodatkowo dokonują one obliczeń i podają na ekranie lampy lub oddzielnych wyświetlaczach wartości sygnałów, częstości itp.

Laboratoryjne oscyloskopy bywają również wyposażane we wbudowane generatory funkcyjne, co znacznie ułatwia zestawianie układów pomiarowych.

Podstawowe parametry oscyloskopów:

- Pojemność wejściowa (rzędu 10^{-11} F).
- Zakres pomiaru amplitudy napięcia (maksymalne napięcie wejściowe kanałów **Y**)
- Zakres czułości, podawany w V/działkę, wraz z dokładnością % (błędem względnym).
- Maksymalne napięcie zewnętrznego kanału wyzwalania **X**.
- Pasma przenoszenia – zakres częstotliwości podawany przez górną częstość graniczną, powyżej której sygnał odtwarzany jest z zniekształceniami.
- Impedancja wejściowa - standardowo wynosi $1M\Omega$

III.6.6.2. Elementy i funkcje kontrolne oscyloskopu (rys.3.57. i 3.58.).

Podajemy typowe oznaczenia w języku polskim i angielskim.

1. Regulacja parametrów obrazu
 - Jasność (INTENSITY)
 - Ostrość (FOCUS)
 - Obrót. Adjustacja ruchu poziomego plamki (TRACE ROTATION).
 - Podświetlenie skali (**ILLUMINATION**)

2. Odchylenie w pionie (VERTICAL)
 - gniazda wejściowe **WE Y (CH2)** dla pracy w trybie **Y(t)** – z wewnętrzną podstawą czasu i dla pracy w trybie X-Y.
W oscyloskopie dwukanałowym sygnały **Y₁** i **Y₂** są podawane do gniazd **CH1** i **CH2**.
 - wybór kanałów, dla oscyloskopów dwukanałowych **MODE (CH1; CH2; DUAL – jednocześnie)**; sumowanie sygnałów (**ADD**)
 - wybór trybu sprzężenia odchylenia pionowego z sygnałem wejściowym (rodzaj sygnału): stało napięciowy (ze składową stałą) (**DC**); przemienny (**AC**); zerowanie (**GND**) – zwarcie wejścia do masy (do ustawiania bezwzględnego poziomu odniesienia dla odczytów)
 - przesuw obrazu w pionie (**POSITION** ↑)
 - regulacja czułości - skokowa i ciągła **V/dz; V/cm; V/div**. Położenie kalibracji wzmacniacza **KAL (CAL)** – w tym położeniu czułość wzmacniacza odpowiada dokładnie wartości opisanej na pokrętle skokowej zmiany.
 - Odwrócenie fazy sygnału na przeciwną (**INVERT**).

3. Odchylenie w poziomie (**HORIZONTAL; TIME BASE**)
 - gniazdo wejściowe **WE X (CH1)** zewnętrznego generatora podstawy czasu lub sygnału odchylenia w trybie **X-Y**.
 - przełącznik rodzaju sygnału **X** : **WEW** – wewnętrzny generator podstawy czasu, **ZEW** – zewnętrzne źródło sygnału **X** (tryb **X-Y**).
 - regulacja wzmocnienia zewnętrznego sygnału **X (EXT GAIN)** w trybie **X-Y**.
 - skokowa regulacja częstości podstawy czasu **CZAS/dz (SWEEP RANGE TIME/div)**. Określa czas przypadający na jednostkę podziałki w poziomie.
 - Ciągła regulacja częstości podstawy czasu (**SWEEP VAR**). W pozycji **KAL (CAL)**, kalibracji, częstość podstawy czasu odpowiada dokładnie wartości opisanej na pokrętle skokowej zmiany.
 - Przesuw obrazu w poziomie (**POSITION** ←→)

4. Wyzwalanie odchylenia poziomego (**TRIGGERING**) (ustawianie początku osi czasu)
 - tryb wyzwalania (**TRIGGER MODE**) generatora podstawy czasu:
 - o wyzwalanie wewnętrzne **AUTO (WEW)**
 - o wyzwalanie zewnętrzne – **NORM (ZEW)** - sygnałem podanym na kanał **CH1** lub **CH2**.
 - o wyzwalanie sygnałami standardowymi : **50Hz (LINE); TV-V (H)** (TV- używane do obserwacji pionowego (V) lub poziomego (H) sygnału telewizyjnego).
 - wybór kanału sygnału wyzwalającego w trybie **NORM – (TRIG SOURCE)**: (CH1; CH2, EXT TRIG IN – specjalne wejście sygnału wyzwalającego).
 - regulacja poziomu wyzwalania (**TRIG LEVEL**) – ustawianie poziomu sygnału zewnętrznego wyzwalającego podstawę czasu przy trybie **NORM**.
 - wybór trybu wyzwalania kształtem sygnału (**TRIG SLOPE**) – umożliwi wyzwalanie gdy wystąpi wzrost (+) wyzwalającego sygnału zewnętrznego powyżej wskazanego poziomu (narastające zbocze) lub zmniejszenie (-), poniżej wskazanego poziomu (zbocze opadające).



Rys. 3.57. Jednokanałowy oscyloskop analogowy ST 509



Rys. 3.58. Dwukanałowy, cyfrowy oscyloskop z wbudowanym generatorem funkcyjnym – INSTEK –GOS- 620 FG

III.6.6.3. Przeprowadzenie pomiaru napięcia przy użyciu oscyloskopu.

Jednym z najczęściej wykonywanych obserwacji i pomiarów jest pomiar wartości amplitudy zmiennego w czasie sygnału napięciowego.

Przebieg procedury pomiarowej przedstawimy, używając zdefiniowanych wcześniej, typowych oznaczeń elementów oscyloskopu :

- przed włączeniem zasilania oscyloskopu należy:
 - o pokręćła jasności, podstawy czasu, czułości **Y** i częstotści podstawy czasu ustawić w położenia zero.
 - o pokręćła ciągłej zmiany czułości i podstawy czasu ustawić w pozycję KAL (CAL)
 - o pokręćła ostrości, położenia poziomego i pionowego ustawić w położeniach środkowych

- po włączeniu zasilania oscyloskopu odczekać min. 30 sec na nagrzanie się przyrządu.
- ustawić pokrętkiem jasności i ostrości jasny i ostry obraz plamki na ekranie.
- pokrętkami położenia należy przesunąć plamkę na środek ekranu.
- podłączyć kabel pomiarowy do wejścia **Y (CH2)**, w przypadku kabla dwużyłowego drugi (masowy) przewód podłączyć do zacisku masy (uziemienia)
- przełączyć generator podstawy czasu w tryb **WEW (INT)**
- wybrać kanał wejściowy sygnału **CH2**
- ustawić typ sygnału na **AC**.
- wybrać tryb wyzwalania (**WEW - AUTO** lub **ZEW - NORM**). W przypadku wyboru ZEW należy dodatkowo wybrać CH2 jako kanał sygnału wyzwalającego.
- przełącznikiem skokowej zmiany czułości znaleźć położenie, przy którym obraz widoczny na ekranie wypełni go w ok. 80% cały kształt sygnału „zmieści” się na ekranie)
- przełącznikiem częstości podstawy czasu dobrać częstość tak by na ekranie widoczne było kilka okresów zmian sygnału.
- w celu ustabilizowania obrazu należy dobrać pokrętkiem poziom wyzwalania podstawy czasu (**TRIG**), tak by obraz ustabilizował się.
- pokrętkiem położenia pionowego przesunąć obraz tak by ułatwić odczyt pożądanego parametru w podziałkach skali.
- odczytać wyrażoną w liczbie podziałek elementarnych skali wartość odległości między szczytami sygnału – **N** - oraz wybraną pokrętkiem wzmocnienia sygnału **Y** czułość **C** wzmacniacza wyrażoną w voltach na działkę elementarną skali (najczęściej V/cm).
- wartość napięcia otrzymujemy z zależności:

$$U_{YM} [V] = C[V/dz] \times N[dz].$$
- amplituda sygnału $U_Y = 1/2 U_{YM}$

Ważne.

Wykorzystując oscyloskop do pomiarów ilościowych należy bezwzględnie ustawić pokrętkła ciągłej zmiany czułości i podstawy czasu w pozycje kalibracji (**KAL - CAL**).

Błąd względny dokonanego przy pomocy oscyloskopu pomiaru amplitudy składa się z dwóch elementów: błędu czułości wzmacniacza d_w i błędu odczytu ze skali: $ds = \Delta N/N$.

$$\frac{\Delta U}{U} = d_w + \frac{\Delta N}{N}$$

Błąd czułości d_w podawany jest przez producenta. Można go też wyznaczyć kalibrując przyrząd napięciem wzorcowym. Błąd odczytu skali d_s zależy od błędu bezwzględnego odczytu ze skali (zwykle 1/5 działki elementarnej – 1/5 cm) i wyrażonej w liczbie podziałek elementarnych (cm) skali wartości mierzonej **N**.

Zainteresowanych wykorzystaniem oscyloskopu odsyłamy do literatury **[11]**.

IV. Gromadzenie i prezentacja wyników.

IV.1. Prowadzenie notatek laboratoryjnych.

Nierozłączną częścią eksperymentowania jest prowadzenie dokumentacji. Dotyczy to nie tylko notowania mierzonych wartości ale także szczegółów zestawionej aparatury, parametrów wejściowych, ustawień zakresów pomiarowych itp. Zgromadzenie całościowej informacji potrzebne jest do analizy przebiegu eksperymentu i w zasadzie powinno umożliwić powtórzenie go dokładnie w tych samych warunkach. Część z tych informacji powinna się znaleźć w sprawozdaniu z eksperymentu (lub publikacji) pozwalając na ocenę jakości pomiarów i wyników.

Informacja, aby mogła być łatwo wykorzystana, musi być odpowiednio zorganizowana. Dlatego już na etapie przygotowań do pomiarów należy rozpatrzyć i zaplanować prowadzenie notatek dokonywanych w czasie trwania eksperymentu.

Forma notatek może być różna np. zbiór kartek lub zeszyt laboratoryjny zawierający dane z kilku sesji. Ze względów porządkowych zalecane jest prowadzenie notatek w zeszytach. Forma notatek powinna zapewniać eksperymentatorowi jednoznaczne ich odczytanie, interpretację i wykorzystanie nawet po dłuższym okresie czasu.

Ważne

Warunkiem sporządzenia użytecznych notatek jest wcześniejsze przeanalizowanie przebiegu eksperymentu.

Elementy notatek:

Niezbędne:

1. Definicje nazw wielkości.
2. Tabele wartości pomiarowych
2. Uzupełniające informacje do tabel: zakresy pomiarowe, nastawy.
3. Dane techniczne urządzeń: typ, wartość (np. oporników wzorcowych), klasa dokładności mierników.
3. Szkice połączeń aparatury.

Dodatkowe:

1. Dane o zewnętrznych warunkach pomiaru: temperatura otoczenia, ciśnienie atmosferyczne, wilgotność (szczególnie wtedy gdy mogą mieć wpływ na przebieg eksperymentu).
2. Szkice wykresu z bieżących pomiarów (szczególnie z pomiarów próbnych).
3. Własne uwagi i komentarze o przebiegu pomiarów.
4. Informacje porządkowe: przedmiot eksperymentu, data wykonania, autor.

Reguły prowadzenia notatek:

1. Nie należy prowadzić notatek w trybie: najpierw 'byle jak' w brudnopisie potem przepisywanie 'na czysto'. Prowadzi to do subiektywnego, selektywnego korygowania oryginalnych zapisów i prostych omyłek. W każdym przypadku należy zachować oryginalne notatki.
2. Wartości oryginalnie mierzone powinny być notowane bez zwłoki i bez żadnej obróbki obliczeniowej.
3. Każdy zapis mierzonej wartości mierzonej musi zawierać informacje o jednostce (bezpośrednie podanie jednostki w jakiej dokonano pomiaru lub informacje o skali i zakresie do późniejszego określenia jednostki).
4. Poprawki w zapisach liczb muszą być jednoznaczne (np. poprawka z 45,3 na 46,8 powinna wyglądać następująco:

$$45,3 \longrightarrow \cancel{45,3} \longrightarrow 46,8 \text{ zamiast; } 45,8$$

5. Gdy tylko jest to możliwe wyniki należy przedstawiać w formie tabelarycznej.
6. Poszczególne serie pomiarowe i kolejne etapy eksperymentu powinny być wyraźnie oddzielone.
7. Używane terminy, nazwy i symbole muszą być jednoznaczne. Nie wolno jednocześnie ani zamiennie używać dużych i małych liter. W miarę możliwości należy unikać indeksowania (u_1, u_2).
8. Dla danej wielkości wolno używać tylko jednego, stałego oznaczenia. Należy podać definicję używanych oznaczeń.

9. Komentarze i wnioski powinny być jednoznaczne. Wskazane są uzupełniające informacje liczbowe.
10. Notatki powinny być uporządkowane i zawierać informację o temacie eksperymentu, dacie wykonania i nazwisko osoby sporządzającej.

IV.2. Przygotowanie sprawozdania.

Pisanie i prezentacja sprawozdania z przeprowadzonego doświadczenia jest istotną częścią przygotowania do wykonywania zawodu. Mówienie i pisanie to najważniejsze narzędzia komunikacji inżyniera i naukowca i wcale nie jest łatwo sprawnie, jasno i zrozumiale sformułować i przedstawić treści naukowe. Sprawozdanie winno dostarczać informacji odbiorcy a nie wprawiać go w zakłopotanie i zniechęcać. Nadmiar lub lakoniczność informacji, źle zorganizowana, zagmatwana treść, chaotyczne rozmieszczenie założeń, brak wniosków to najczęstsze zastrzeżenia.

Przygotowując wypowiedź czy sprawozdanie należy określić odbiorcę, jego oczekiwania i poziom wiedzy w omawianym zakresie. Nie wolno jednak pozostawiać niedopowiedzeń, niejasności, pozostawiać pole dla domysłów, słowem liczyć na to, że czytelnik sam odczyta ze sprawozdania więcej i zrozumie lepiej niż to jest przedstawione.

Sprawozdanie jest przykładem dokumentu opisującego wykonanie określonego zadania i należy jego treść, każde słowo, rysunek i wartość liczbową traktować odpowiedzialnie.

Jest zasadnicza różnica pomiędzy notatkami a sprawozdaniem z eksperymentu. Notatki powinny zawierać wszystkie informacje o przebiegu eksperymentu w formie wygodnej dla eksperymentatora. Sprawozdanie także zawiera znaczną część informacji zapisanych w notatkach ale w formie przeznaczonej dla czytelnika nie wykonującego opisywanego eksperymentu i umożliwiającej skorzystanie przez niego z wyników w możliwie prosty i szybki sposób. Kompletność, jasność, zwięzłość i czytelność to podstawowe wymogi stawiane sprawozdaniu.

Podane poniżej wskazówki w znacznej mierze dotyczą także przygotowywania publikacji zawierającej rezultaty eksperymentu.

Wymogi i wskazówki przygotowania dobrego sprawozdania:

1. Sprawozdanie powinno rozpoczynać się krótkim streszczeniem (ang. 'Abstract'). W kilku zdaniach (3-5) informuje ono o opisywanym przedsięwzięciu - celu pracy i zakresie eksperymentu.
2. Po streszczeniu następuje opis metody pomiarowej (kilkanaście zdań). Zawiera on niezbędne informacje o poszukiwanej wielkości, wykorzystywanych zależnościach i przyjętej metodzie pomiarowej. W żadnym wypadku nie oznacza to szczegółowego, chronologicznego opisu wykonywanych czynności pomiarowych.
3. W większości przypadków opis metody pomiarowej powinien być uzupełniony o schemat aparatury pomiarowej. Podane powinny być także informacje o typach wykorzystanych przyrządów.
4. Kluczowym elementem sprawozdania są uzyskane dane eksperymentalne, dlatego organizacja i sposób ich prezentacji jest bardzo ważny. Najbardziej czytelnym sposobem prezentacji danych (także informacji jakościowych) jest forma tabelaryczna (patrz rozdział IV.3).
5. Przedstawienie obliczeń cząstkowych powinno być ograniczone do niezbędnego minimum jakim są: przykładowe podstawienia do wzorów na kolejnych etapach obliczeń (łącznie z jednostkami!); podanie uzyskanych metodami regresji równań; przykładowe szacowanie niepewności pomiarowych. Należy pamiętać o zamieszczeniu informacji o przyjętych metodach obliczeń (zwłaszcza błędów) i o wartościach użytych parametrów: klasach przyrządów, poziomach ufności, współczynnikach i stałych fizycznych.
6. Podstawowym sposobem prezentacji zależności pomiędzy wielkościami są wykresy (rodzaje i zasady ich sporządzania opisano w rozdziale IV.3). Należy pamiętać o tym by miały odpowiedni rozmiar i były czytelne. Często spotykanym niedostatkiem sprawozdań jest przesadne zmniejszanie wykresów, które praktycznie uniemożliwia analizę ilościową zależności.
7. Prezentacja rezultatów pośrednich i wyniku końcowego. Wszystkie wyniki pośrednich etapów eksperymentu powinny być doprowadzone do właściwej formy (zgodnie z zasadami zapisu

- cyfr znaczących) i podane łącznie z wyznaczonymi niepewnościami. Podobnie wyniki końcowe eksperymentu muszą być wyróżnione i podane łącznie z wartościami błędów.
8. Należy pamiętać by każda formuła miała swój odnośnik – numer. Podobnie wszystkie rysunki, tabele i wykresy muszą być zatytułowane i opatrzone numerem. Do tych oznaczeń należy odnosić się w tekście sprawozdania. Jeśli wykorzystywane są dodatkowe źródła informacji (książki, publikacje itp.) należy w odpowiednich miejscach tekstu sprawozdania umieścić odnośniki literaturowe. Odnośniki te powinny być numerowane w kolejności ich pojawiania się w tekście. Odpowiedni wykaz cytowanych źródeł musi być dołączony na końcu sprawozdania.
 9. Sprawozdanie powinno w zakończeniu zawierać analizę eksperymentu i dyskusję zaprezentowanych wyników. Analizując przebieg eksperymentu należy podać przyjęte założenia, uproszczenia i ograniczenia, w tym także dotyczące sprzętu. Skomentować należy rozpoznane źródła niepewności pomiarowych i błędów systematycznych oraz wpływ poszczególnych błędów na dokładność końcowego wyniku. Wskazane jest zaproponowanie możliwych usprawnień techniki eksperymentalnej i podniesienia dokładności wyniku. W dyskusji wyników należy zamieścić porównanie z rezultatami innych pomiarów badanych wielkości dostępnymi w literaturze. Zaobserwowane rozbieżności należy omówić w świetle oszacowanej własnej dokładności pomiarów (margines błędu, poziom ufności).
 10. Język sprawozdania musi być zwięzły ale klarowny, a przedstawiana argumentacja dostępna dla tzw. przeciętnego czytelnika. Unikać należy żargonu, niedomówień i skrótów myślowych.

IV.3. Tworzenie i wykorzystanie wykresów.

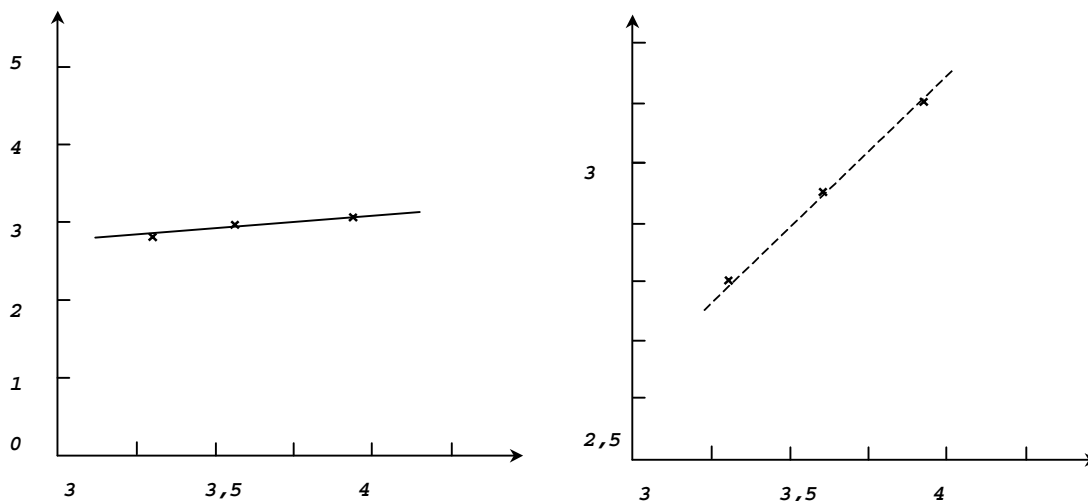
W praktyce eksperymentalnej głównym celem sporządzania wykresów jest poglądowe przedstawianie wyników i otrzymanych eksperymentalnie zależności. Dziś, przy powszechnym korzystaniu z kalkulatorów i komputerów rzadko służą one do analizy ilościowej (określenia wartości liczbowych, np. nachylenia prostej, z wykresu). Wyjątkiem jest specjalne wykorzystanie wykresów eksperymentalnie wyznaczonych zależności w celu interpretacji odczytów, np. krzywych cechowania przyrządów.

Wybór rodzaju wykresu zależy od charakteru danych. Dane opisujące zależności ciągłe wymagają wykresu liniowego, dane dyskretne lub przedstawiające populację z wydzielonymi klasami lub grupami wymagają najczęściej histogramów.

Nawet jeśli do przygotowania wykresu używany jest komputer lub kalkulator graficzny trzeba odpowiednio zaprojektować wykres. Jest dobrym zwyczajem naszkicowanie wykresu najpierw ręcznie i przystąpienie do wykonania wykresu właściwego np. przy użyciu komputera dopiero po przeanalizowaniu tego szkicu. Oszczędzi to wielu kłopotów. W Dodatku B zamieszczona jest krótka instrukcja tworzenia wykresu przy użyciu arkusza kalkulacyjnego MS Excel.

IV.3.1. Zasady tworzenia wykresów.

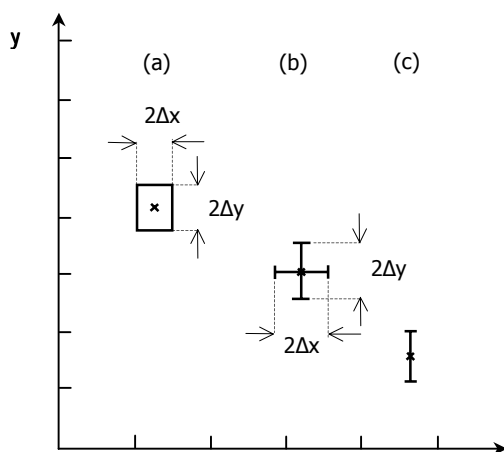
- określ osie wykresu – pamiętaj, że zmienna niezależna (ta którą kontrolujesz) powinna być przedstawiana na osi poziomej a zmienna zależna (mierzona reakcja) na osi pionowej.
- Określ zakres zmian wartości obu zmiennych. Na tej podstawie dobierz początek i zakres osi (początek wykresu niekoniecznie musi być w zerze!). Wskazane jest by format wykresu zbliżony był do kwadratu. Prostokątny, dwuwymiarowy układ współrzędnych przedstawia się najczęściej w postaci dwóch prostopadłych osi, czasem zakończonych symbolami strzałek. W profesjonalnych publikacjach naukowych dominuje jednak forma zamkniętego prostokąta z powtórzonymi podziałkami na wszystkich bokach i tę należy preferować.
- Dobierz skale na obu osiach, tak by cały obszar wykresu był wykorzystany a punkty pomiarowe nie były skupione w jednym obszarze oraz by były rozróżnialne. Skale na obu osiach nie muszą być jednakowe! Zależności pomiędzy zmiennymi mogą być wyolbrzymiane lub zostać ukryte i niezauważone w rezultacie złego doboru skali. Od doboru skali będzie zależała w dużej mierze interpretacja wykresu. Te same dane przedstawione w różnych skalach sugerują brak wyraźnej zależności lub zależność liniową (rys.4.1.). Niekiedy wybór skali jest wymuszony przez potrzeby wynikające z teoretycznej analizy zjawiska np. kiedy przewidujemy potrzebę ekstrapolacji lub poszukujemy punktów charakterystycznych wykresu np. przecięcia z osiami.



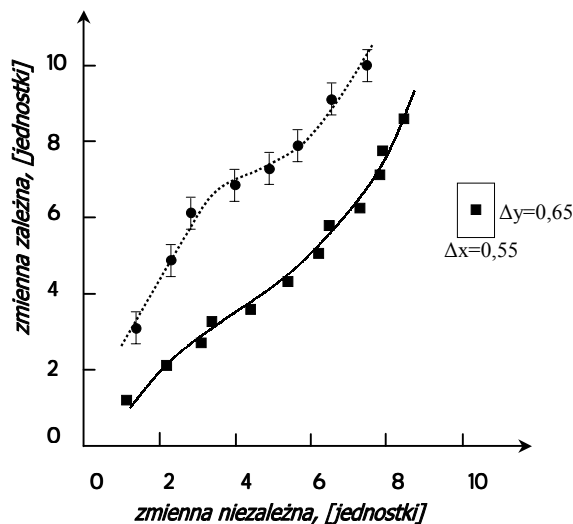
Rys. 4.1. Wpływ skali wykresu na wygląd zależności

- W miarę możliwości należy dopasować mnożnik (najczęściej dziesiętny) tak by działki skali przedstawiały „okrągłe” liczby :np. 0; 5;10 lub 0;2;4; w ostateczności: 1.2;1.4;1.6 lub 3.0;3.5; 4.0;4.5. Oczywiście mnożnik ten powinien być wykazany (ale tylko raz!) w opisie osi wykresu. W przypadku wykresu tworzonego na papierze milimetrowym podział skali należy skorelować z podziałką papieru tak, by ułatwić odczyt współrzędnych. Wówczas oglądając wykres łatwo będzie określić pośrednie wartości współrzędnych. Odstęp między działkami musza być jednakowe, ale niekoniecznie jednakowe na obu osiach. Liczba znaczników nie powinna przekraczać 10 (zwykle jest to 3 do 5) a znaczniki podziałki musza być opisane (umieszczone zwykle poniżej osi X i na lewo od osi Y).
- Osie musza być opisane. Opis musi zawierać co najmniej symbol obrazowanej wielkości (nierzadko nazwę wielkości słownie) łącznie z symbolem jednostki i ew. mnożnikiem skali. Opis ten powinien znajdować się poniżej osi poziomej, zwykle bliżej końca osi i na lewo od osi pionowej.
- Punkty pomiarowe przedstawiamy w postaci miniatur prostych figur geometrycznych (krzyżyków, kwadratów, trójkątów, okręgów). Rozmiary symboli musza zapewniać czytelność wykresu (punkty pomiarowe musza być widoczne) i dlatego nie używamy 'kropek', które zbyt łatwo mogą zostać mylnie zinterpretowane. Właściwy punkt pomiarowy powinien znajdować się w środku geometrycznym przedstawiającej go figury. Jeśli na jednym wykresie przedstawiamy kilka zestawów danych, uzyskanych dla różnych warunków czy różnych materiałów, to oczywiście trzeba zróżnicować użyte symbole punktów a na wolnym obszarze wykresu umieścić odpowiedni opis (legendę).
- Na jednym wykresie można przedstawiać kilka zestawów danych tego samego typu o ile są ze sobą logicznie związane. Oczywiście musza być one rozróżnione przez użycie różnych symboli punktów , rodzajów linii: ciągłe, przerywane, kropkowane) i koloru. W szczególnych rodzajach wykresów na wykresie definiuje się cztery osie co umożliwia poglądowe zestawienie zależności różnego rodzaju.
- Wyznaczone niepewności pomiarowe wartości współrzędnych powinny również zostać naniesione na wykres szczególnie wtedy, gdy ma to znaczenie dla jakościowej interpretacji wykreślonej zależności. Zaznaczamy je wówczas w postaci tzw. prostokąta lub krzyża błędów, którego boki (ramiona) mają odpowiednio długość (w użytej skali) równą podwojonej wartości błędów a środek pokrywa się z punktem pomiarowym – rys. 4.2. Jeśli błędy te są takie same dla określonego przedziału punktów to wystarczy wykazać prostokąt błędów dla punktów granicznych przedziału a jeśli błąd jest stały dla wszystkich punktów to wówczas wystarczy umieścić prostokąt błędów jedynie w obszarze legendy wykresu.
- W większości przypadków w oparciu o rozkład punktów otrzymanych w rezultacie eksperymentu konstruujemy krzywą opisującą obserwowaną zależność. Obowiązującą zasadą jest, że nie powstaje ona w drodze połączenia kolejnych punktów pomiarowych odcinkami linii łamanej. Linia łamana oznaczałaby bowiem skokowe zmiany i nieciągły charakter procesu fizycznego co w znakomitej większości przypadków nie odpowiada prawdzie i jest jedynie efektem postępowania wykonującego wykres. Zatem ciągłą (gładką) krzywą tworzymy, używając popularnych krzywików, tak by przechodziła ona w pobliżu punktów pomiarowych

(nie musi ona przechodzić przez wszystkie punkty!). Zdarza się często, szczególnie przy małej liczbie pomiarów i braku powtórzeń, że na wykresie obecne są punkty nie przystające do pozostałych (znacznie różniące się od sąsiednich). Jeśli są one rezultatem pojedynczych obserwacji i nie ma możliwości powtórzenia takiego pomiaru należy założyć, że ich wiarygodność jest niska i nie uwzględniać ich przy poszukiwaniu najlepszej krzywej opisującej rozkład (ta uwaga dotyczy także procedur numerycznego wyznaczania funkcji opisującej zależność eksperymentalną). Właściwie poprowadzona krzywa przechodzi poprzez prostokąty błędów a liczby punktów leżących ponad i pod krzywą są lokalnie jednakowe – rys. 4.3. Szczególnym (lecz dość częstym) przypadkiem jest konstruowanie linii prostej. Obowiązują tu te same zasady co dla linii krzywych.



Rys. 4.2. Różne sposoby zaznaczania błędów na wykresie



Rys. 4.3. Prowadzenie krzywej na wykresie

- Jeśli znana jest postać zależności teoretycznej między badanymi wielkościami, to w celach porównawczych można nanieść krzywą teoretyczną na wykres z danymi eksperymentalnymi. W tym celu należy obliczyć współrzędne kilku jej punktów (niekoniecznie dla tych samych wartości co dane eksperymentalne) i poprowadzić gładką krzywą przez tak wyznaczone punkty. Podobnie postępujemy w przypadku nanoszenia krzywej zależności funkcyjnej wyznaczonej w drodze obliczeń numerycznych na podstawie wartości eksperymentalnych (np. metodą najmniejszych kwadratów). Nawet jeśli dysponujemy kompletem informacji, to z uwagi na czytelność wykresu nie umieszcza się na jednym wykresie punktów eksperymentalnych, krzywej teoretycznej i krzywej aproksymującej rozkład punktów.
- Nigdy nie należy przesadzać z ilością informacji, która jest jednocześnie przedstawiana na wykresie (wiele zależności, krzywych teoretycznych i aproksymujących, prostokątów błędów). Wykres, aby był pożyteczny musi być przede wszystkim czytelny i jednoznaczny.
- Wykres spełni swoją rolę tylko wówczas jeśli dostarczy kompletu informacji o przedstawianych zależnościach i warunkach ich uzyskania.

Poniżej podane informacje powinny znaleźć się bądź w tzw. legendzie (informacje o sposobie przedstawienia różnych danych), w obszarze wykresu (np. równania funkcji aproksymującej) lub w podpisie pod wykresem.

- o Co wykres przedstawia (tytuł wykresu!)
- o Jakie były wartości parametrów doświadczenia, których nie uwidoczniło na wykresie.
- o Jak zaznaczono i jakim wartościom parametrów odpowiadają różne symbole i kolory punktów i krzywe na wykresie.
- o Wartości wyznaczonych na podstawie wykresu wielkości w tym postaci funkcji aproksymujących.

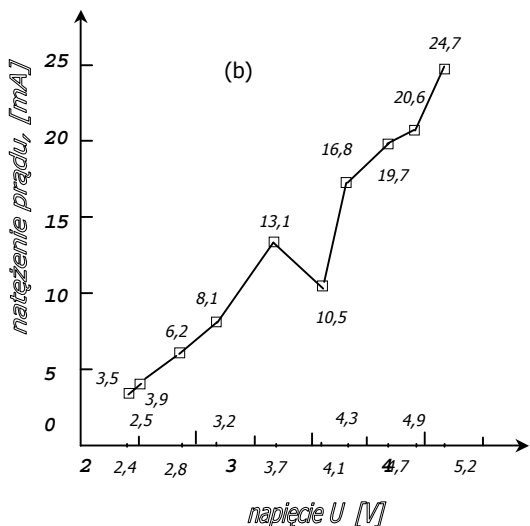
IV.3.2. Błędy popełniane przy tworzeniu wykresów.

Wykonanie wykresu wydaje się sprawą łatwą i nie wymagającą wiele wysiłku (szczególnie jeśli wykorzystuje się do tego celu oprogramowanie komputerowe). Niestety, zamieszczane w sprawozdaniach z ćwiczeń laboratoryjnych wykresy aż roją się od podstawowych błędów. Typowe błędy pokażemy na poniższym prostym przykładzie.

Rozważmy sporządzenie wykresu dla podanych w tabeli 4.1. danych.

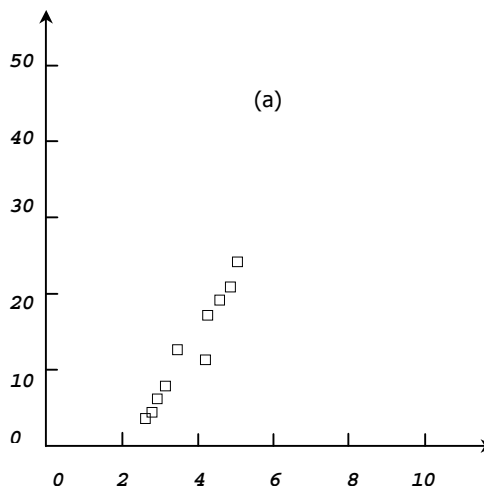
Tabela 4.1. Dane pomiarowe do wykresu

U [V]	I [mA]
2,4	3,5
2,5	3,9
2,8	6,2
3,2	8,1
3,7	13,1
4,1	10,5
4,3	16,8
4,7	19,7
4,9	20,6
5,2	24,7



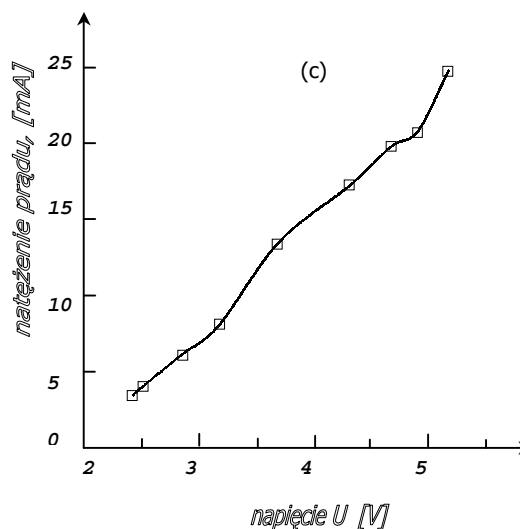
Błędy:

Nie odrzucony błędny punkt, Podane współrzędne dla punktów; punkty połączone linią łamaną



Błędy:

Brak opisu osi; źle wybrane początki osi i podziałka – obszar wykresu niewykorzystany, niska rozdzielczość wykresu.

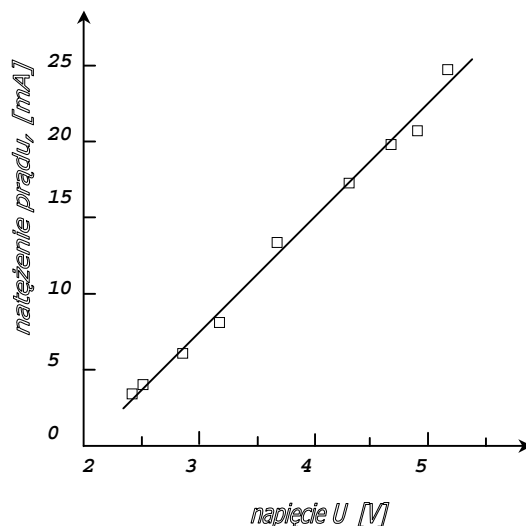


Błędy:

Krzywa przybliżająca rozkład punktów poprowadzona przez wszystkie punkty

Rys.4.4. Przykłady błędów przy tworzeniu wykresów

Wykresy z rys. 4.4. a,b,c są wykonane błędnie. Poprawnie wykonany wykres przedstawia rys. 4.5.



Prawidłowo dobrane i opisane osie, punkty eksperymentalne zaznaczone, poprowadzona linia prosta przybliżająca w sposób najbardziej prawdopodobny rozkład punktów

Rys.4.5. Przykład poprawnie wykonanego wykresu

IV.3.3. Rodzaje podziałek wykresów.

Do przygotowania wykresu możemy w zależności od potrzeb używać różnych rodzajów podziałki lub różnych rodzajów papieru. Podstawowe rodzaje to podziałka (i papier) liniowy – najbardziej popularny; papier pół-logarytmiczny i podwójnie logarytmiczny.

Tabela 4.2. Zastosowania różnych podziałek wykresów

Typ zależności	Papier liniowy	Papier półlogarytmiczny	Papier podwójnie logarytmiczny	Papier biegunowy
Liniowa ($y=ax + b$)	X	-	-	-
Wykładnicza ($y=a^{bx}$)	X	X	-	-
Potęgowa ($y=ax^b$)	X	-	X	-
Kierunkowa ($y=f(kąt)$)	X	-	-	X

Na **papierze liniowym** odstępów pomiędzy liniami są równe i odpowiadają jednakowym zmianom przedstawianej wielkości.

Na **papierze logarytmicznym** - rys.4.6. linie nie są równooddalone od siebie a początek (pierwsza linia) zawsze musi być opisana jako wielokrotność 10. Kolejne wyróżnione linie także są wielokrotnościami (kolejnymi potęgami całkowitymi) 10. Na papierze można wyróżnić powtarzające się grupy linii. Każda grupa rozpoczyna się kolejną krotnością 10, patrz rys. 4.6. Taki opis osi odnosi się do zarówno do papieru podwójnie logarytmicznego jak i **półlogarytmicznego** (tylko jedna oś, zwykle pionowa, jest tak opisana).

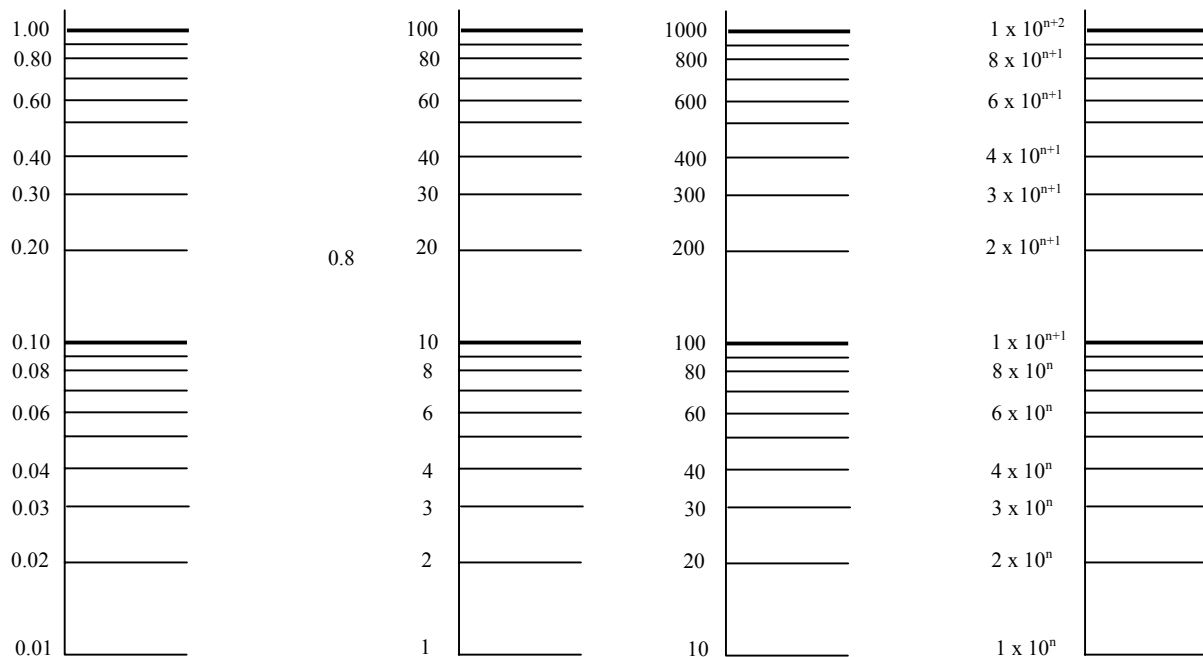
Wykorzystanie papieru (podziałki logarytmicznej) eliminuje konieczność logarytmowania wartości zmierzonych. Ten sam efekt uzyskujemy przy wykorzystaniu papieru liniowego i naniesienie wartości logarytmów zmierzonych wielkości.

Podziałek logarytmicznych używa się, gdy wartości zmieniają się w zakresie kilku rzędów np. od 10 do 10 000.

Podziałkę półlogarytmiczną wykorzystujemy dla zależności typu wykładniczego tzn. $y=a b^{cx}$

Podziałkę podwójnie logarytmiczną do zależności potęgowych: $y= ax^b$

Zaletą obu papierów jest to, że bez konieczności wyznaczania wartości logarytmów dokonujemy graficznie linearyzacji zależności ($y=a b^{cx}$ do $\log y = \log a + x c \log b$; $y= ax^b$ do postaci $\log y = \log a + b \log x$).

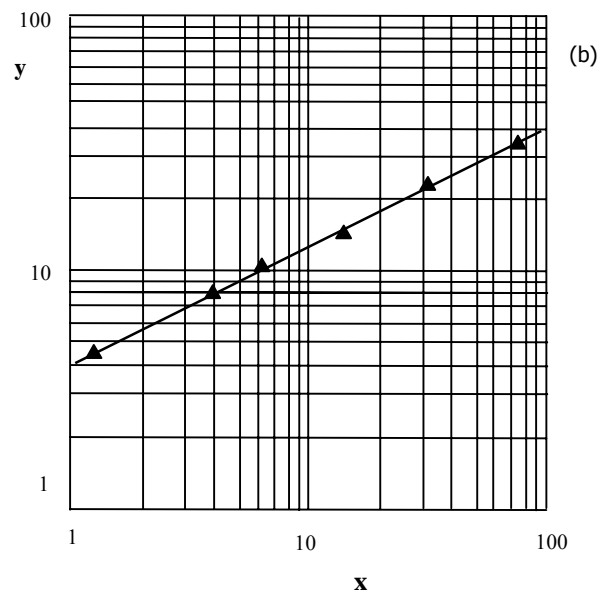
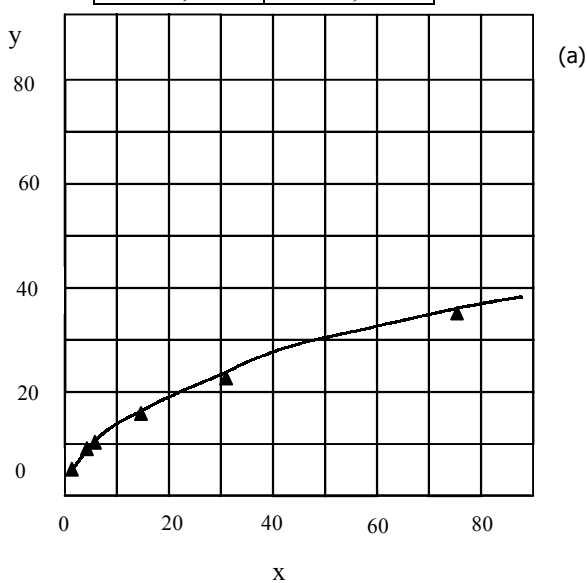


Rys. 4.6. Podziałki logarytmiczne

Zalety wykorzystania podziałki logarytmicznej pokazuje zestawienie dwóch wykresów – na rys. 4.7., które przedstawiają ten sam zestaw danych z tabeli 4.3. Zawiera ona dane opisywane zależnością potęgową typu: ax^b .

Tabela 4.3. Dane odpowiadające zależności ax^b .

x	y
1,3	4,6
4,0	8,1
6,3	10,0
15,1	15,5
31,2	22,3
75,4	34,7

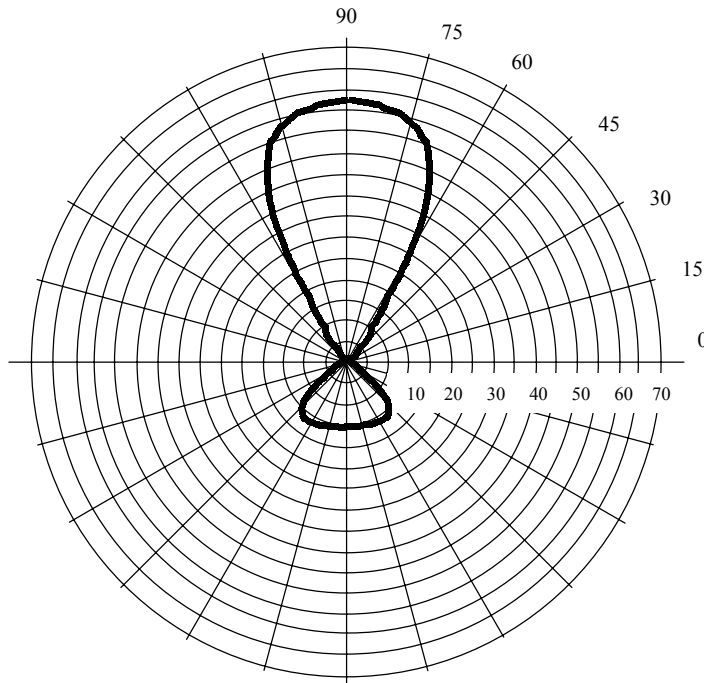


Rys. 4.7. wykres danych z tabeli 4.3. w podziałce liniowej (a) i podwójnie logarytmicznej (b)

Wykorzystanie podwójnej podziałki logarytmicznej na wykresie 4.7.b. pozwoliło dokonać graficznie tzw. linearyzacji zależności $y=ax^b$ przez przedstawienie w postaci $\log(y) = \log(a) + b\log(x)$ – patrz rozdz. IV.3.5.

Wykresy biegunowe

Wykresy biegunowe wykorzystywane są do przedstawiania zależności kierunkowych tzn. takich, w których wartość mierzonej wielkości zależy od kąta określanego względem wybranego kierunku odniesienia. Linie podziałki mają kształt współśrodkowych okręgów, których promienie odpowiadają wartościom przedstawianej wielkości. Zaznaczone promienie wyznaczają odpowiednio wartości kątów. Rysunek 4.8. przedstawia przykładową charakterystykę kierunkową czułości mikrofonu estradowego.



Rys.4.8. Przykład wykresu biegunowego. Rozkład kierunkowy czułości mikrofonu

IV.3.4. Linearyzacja zależności nieliniowych.

Analiza graficzna i analityczna danych eksperymentalnych uzyskanych dla nieliniowych zależności między wielkościami fizycznymi jest utrudniona. Dlatego też, tam tylko gdzie jest to możliwe dokonuje się przekształcenia nieliniowych zależności do postaci liniowej typu $y=ax+b$. Niejednokrotnie jest to jedyny dostępny sposób uzyskania potrzebnych informacji.

Linearyzacja oznacza takie przekształcenie pierwotnej zależności $f(x)$ na równoważną zależność liniową $G(f(x)) = a+bK(x)$. Z linearyzacją najczęściej mamy do czynienia w przypadku zależności wykładniczych i potęgowych.

Tabela 4.4 Linearyzacja typowych zależności funkcyjnych

Zależność podstawowa	Forma liniowa $Y=AX+B$	podstawienie
$y= ax^2 +b$	$y=ax^2+b$	$Y=y;$ $X=x^2;$ $A=a; B=b$
$y=ab^{cx}$	$\log(y)=x\log(b)+\log(a)$	$Y=\log(y);$ $X=x;$ $A=c\log(b); B=\log(a)$
$y=ae^{bx}$	$\ln(y)=bx+\ln(a)$	$Y=\ln(y);$ $X=x;$ $A=b; B=\ln(a)$
$y=ax^b$	$\ln(y)=b\ln(x) +\ln(a)$	$Y=\ln(y);$ $X=\ln(x);$ $A=b; B=\ln(a)$
$y=asinx$	$y=asin(x)$	$Y=y;$ $X=\sin(x); A=a$

Przykład 4.1.

Rozpatrzmy zależność współczynnika lepkości dynamicznej cieczy nieściśliwej od temperatury. Teoria przewiduje, że lepkość dynamiczna opisywana jest zależnością:

$$\eta(T) = A e^{\frac{W}{kT}}$$

Interesującą nas wielkością jest liczbową wartość energii aktywacji lepkości W . Bezpośrednie wyznaczenie tej wartości z zebranych danych eksperymentalnych jest poważnie utrudnione. Jeśli jednak dokonamy przekształcenia funkcji w drodze jej zlogarytmowania to otrzymamy następującą zależność:

$$\ln(\eta) = \ln A + \frac{W}{k} \cdot \frac{1}{T}.$$

Jeśli na osi rzędnych wykresu przedstawimy wartości $\ln(\eta)$ a na osi odciętych $\frac{1}{T}$ to wykres będzie linią prostą typu $y = ax + b$, której współczynnik kierunkowy „ a ” zawiera informacje o poszukiwanej wartości energii aktywacji. Bowiem:

$$\ln(\eta) \rightarrow y; \frac{1}{T} \rightarrow x; \frac{W}{k} \rightarrow a; \ln A \rightarrow b$$

Przykład 4.2..

Światłość kierunkowa źródła światła jakim jest żarówka jest potęgową funkcją temperatury jej włókna co zaś prowadzi do zależności pomiędzy światłością a mocą prądu elektrycznego wydzielonego we włóknie żarówki (Ćwicz. 432) w postaci:

$$I = A \cdot P^{\frac{x}{4}}.$$

Podobną zależnością będzie wyrażała się łatwiejsza do ustalenia światłość względna żarówki określana względem źródła wzorcowego:

$$I_w = B \cdot P^{\frac{x}{4}}$$

Celem doświadczenia jest określenie wykładnika x . Ponownie bezpośrednio wyznaczenie poszukiwanej wartości z otrzymanych w doświadczeniu danych I_w i P jest utrudnione. Logarytmując obie strony

zależności przekształcamy ją do postaci: $\log(I_w) = \log(B) + \frac{x}{4} \log(P)$. Przedstawiając na osi

pionowej wykresu wartości $\log(I_w)$ a na osi poziomej $\log(P)$ otrzymać powinniśmy linię prostą. Poszukiwaną wartość x można wyznaczyć na podstawie współczynnika kierunkowego prostej ($x = 4 \times$ wartość współczynnika).

Linearyzacja niekoniecznie musi oznaczać logarytmowanie. Wnikliwe rozpatrzenie (nawet skomplikowanych) zależności często pozwala doszukać się możliwości równoważnego jej przedstawienia w łatwej do analizy postaci liniowej.

Przykład 4.3.

W doświadczeniu, którego celem jest ładunku właściwego elektronu metodą podłużnego pola magnetycznego (Ćwicz. 351) zależność pomiędzy indukcją pola magnetycznego, które ogniskuje wiązkę elektronów i wartością napięcia anodowego opisywana jest równaniem:

$$U = A \cdot \frac{e}{m} \cdot B^2, \text{ gdzie } A \text{ jest znaną stałą aparaturową. W celu wyznaczenia poszukiwanej wartości}$$

e/m możemy przedstawić zależność $U(B^2)$, która jest funkcją liniową typu $y = ax$. Ponownie wartość

ładunku właściwego wyznaczamy ze współczynnika kierunkowego a , bowiem: $a = A \frac{e}{m}$

IV.3.5. Odczytywanie wartości z wykresów.

Wykres lub tabela przedstawiający rzeczywistość, otrzymaną doświadczalnie przez porównanie z wartościami wzorcowymi charakterystykę przyrządu czy całego układu pomiarowego nosi nazwę krzywej kalibracji. Posługując się krzywą lub tabelą kalibracji możemy następnie odczytać wartość mierzonej wielkości. W ten sposób podawane są również informacje o empirycznie ustalonych poprawkach do odczytów. Odczytanie wartości z wykresu polega na znalezieniu rzędnej punktu wykresu o zadanej wartości odciętej. W przypadku tabel będących nieciągłym zbiorem wartości nieuniknione jest szacowanie wartości pośrednich.

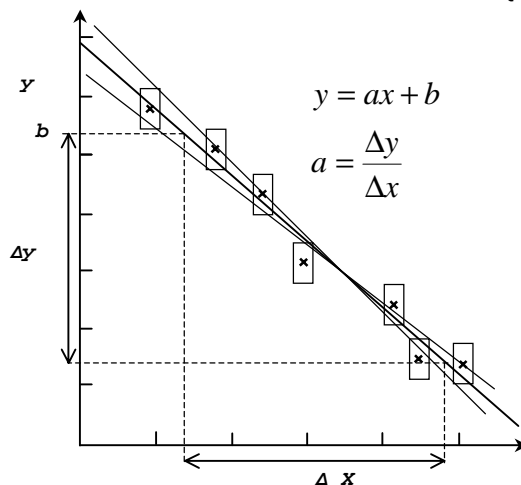
Wyznaczenie wartości z wykresu zadanego znaną krzywą teoretyczną polega na podstawieniu do równania krzywej wartości zmiennej niezależnej i dokonania obliczeń. Alternatywą jest tablicowanie funkcji i odczyt z tabeli.

Ilościowa i graficzna analiza wykresu może służyć do oszacowania charakterystycznych wartości, przedziałów liniowości, stałości tzw. plateau .(np. w Ćwiczeniu 212 i 214.)

Szczególnym przypadkiem ilościowego wykorzystania wykresu jest określanie współczynnika nachylenia wykresu. Współczynniki nachylenia mają często zdefiniowany sens fizyczny np. jako temperaturowy współczynnik oporności właściwej metali dla zależności oporności właściwej od temperatury. W innych przypadkach wartość nachylenia może posłużyć do obliczenia poszukiwanych wielkości. Najlepszym sposobem wyznaczenia współczynnika kierunkowego jest użycie numerycznych metod regresji np. metoda najmniejszych kwadratów. W pewnych okolicznościach wystarcza jednak oszacowanie nachylenia z wykresu. Podstawą metody jest definicja nachylenia jako tangensa kąta nachylenia stycznej do krzywej w danym punkcie.

Bezpośrednie wykorzystanie kątomierza do wyznaczenia kąta należy zdecydowanie odrzucić. Powodem jest umowny charakter skali i podziałki wykresu. Ilościowe wnioskowanie na podstawie zależności geometrycznych elementów zbudowanego arbitralnie wykresu jest niestety często spotykanym błędem.

W celu **wyznaczenia nachylenia krzywej wykresu** w danym punkcie należy poprowadzić w tym punkcie styczną a następnie wybrać dwa jej niezbyt bliskie punkty. Pamiętając o podziałce wykresu (i jednostkach przedstawianych wielkości) należy odczytać różnice wartości odciętych Δx i rzędnych Δy tych punktów (patrz rys.4.9.). Iloraz tych przyrostów jest poszukiwaną lokalną wartością nachylenia krzywej. W podobny sposób postępujemy w przypadku przybliżania zależności funkcją liniową. W tym przypadku kluczowym zagadnieniem jest prawidłowe poprowadzenie linii prostej najlepiej aproksymującej rozkład punktów eksperymentalnych. Jeśli zostały określone niepewności pomiarowe obu przedstawianych wielkości to na wykresie umieszczamy prostokąty błędów dla każdego z punktów pomiarowych a aproksymująca rozkład prosta powinna przechodzić przez obszary prostokątów błędów. Jeśli to możliwe należy wówczas poprowadzić dwie proste spełniające ten warunek o maksymalnym i minimalnym nachyleniu, wyznaczyć ich parametry i obliczyć wartości średnie arytmetyczne. W ten sposób określone współczynniki prostej będą najlepiej odpowiadały poszukiwanym wartościom. Dodatkowo rozbieżność wartości cząstkowych informuje o dokładności dokonanych obliczeń.



Rys.4.9. Określanie nachylenia prostej z przebiegu wykresu

IV.4. Wykorzystanie tabel.

Uzyskane w trakcie doświadczenia wartości liczbowe najwygodniej jest zorganizować i przedstawić w postaci tabeli. Najbardziej czytelne jest umieszczanie wartości tej samej wielkości (rodzaju) w jednej kolumnie zamiast w wierszu. Grupy wartości muszą być czytelnie opisane poprzez nagłówki zawierające nazwę lub (i) symbol wielkości wraz z jej legalną jednostką. Ze względu na czytelność i zajmowane miejsce poszczególne wartości powinny się przedstawiać tak by zapisane wartości nie zawierały więcej niż cztery cyfry. Często wymaga to umieszczenia w nagłówku odpowiedniego mnożnika w postaci potęgi liczby 10. Bardzo ważną sprawą jest jego właściwa interpretacja. Poniższa tabela 4.5 ilustruje spotykane dwa systemy i ich interpretację.

Tabela 4.5. Interpretacja zapisu w nagłówkach tabeli

(a) ciśnienie p [Pa]	(b) ciśnienie p , [10^5 Pa]	(c) ciśnienie $p \cdot 10^{-5}$, [Pa]
101 325	1,01325	1,01325

Poprawny odczyt zapisu podanego w kolumnie (b) jest następujący: podaną wartość należy pomnożyć przez 10^5 , a otrzymany wynik podany będzie w [Pa].

Zapis z kolumny (c) należy odczytywać następująco: podaną wartość powstała w wyniku pomnożenia wartości rzeczywistej, wyrażonej w [Pa] przez czynnik 10^{-5} .

Podobne problemy z notacją występują przy opisie osi wykresu. Obecnie bardziej rozpowszechnioną formą jest ta z kolumny (b).

Umieszczenie jednostki i mnożnika w nagłówku eliminuje potrzebę podawania ich przy każdej wartości w tabeli.

Dodatkową korzyścią przedstawiania danych w tabeli jest zgodność z organizacją informacji wprowadzanych do większości komputerowych programów obliczeniowych np. arkuszy kalkulacyjnych (historycznie rzecz biorąc chronologia była oczywiście odwrotna).

Tabele są także wygodnym narzędziem do odczytywania i porównywania wybranych wartości.

Można w nich umieszczać także informacje tekstowe i komentarze.

Przemyślane, umiejętnie zorganizowane i opisane tabele są doskonałym sposobem zwięzłego przedstawiania rezultatów eksperymentu.

Tak jak w przypadku wykresów konieczne jest zawsze umieszczenie podpisu pod tabelą informującego o jej zawartości i ew. dodatkowych informacji.

Literatura.

1. T.Sokołowski, W.Krysicki , Liczby przybliżone i działania na nich, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 2001
2. J.R.Taylor, Wstęp do analizy błędu pomiarowego, PWN 1999
3. R.Poprawski, W.Salejda, Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, część I. Oficyna Wydawnicza. Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1999.
4. A.Zięba red., Pracownia Fizyczna, Wydawnictwa AGH, Kraków 1998.
5. Praca zbiorowa pod red. G.Derfla, Instrukcje do ćwiczeń I Pracowni fizycznej, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 1998.
6. A.Zawadzki, H.Hofmoki, Laboratorium fizyczne, PWN 1964.
7. H.Szydłowski, Pracownia fizyczna, PWN 1980.
8. Z.Kulka, A.Libera, M.Nadachowski, Przetworniki analogowo cyfrowe i cyfrowe analogowe, WKiŁ, Warszawa 1987.
9. T.Wojtatowicz, Materiały do wykładu: „Komputery w badaniach doświadczalnych” (<http://lodd.p.lodz.pl/kwbd/>)
10. Materiały do laboratorium techniki eksperymentu Politechniki w Zielonej Górze : http://www.ime.pz.zgora.pl/dydaktyka/materialy/laboratorium_tekniki_eksperymentu/laboratorium_tekniki_eksperymentu.htm).
11. J.Rydzewski, Pomiary oscyloskopowe, WNT, W-wa 1999

Materiały pomocnicze:

1. J.Karniewicz, T.Sokołowski, Podstawy fizyki laboratoryjnej, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 1993
2. G.L.Squires, Praktyczna fizyka, PWN, 1992.
3. T.Dryński, Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, PWN 1967
4. H.Szydłowski, Pomiary fizyczne, PWN 1977
5. M.Pentz. Handling experimental data. Open University Press, 1988.
6. L.Lyons, A practical guide to data analysis for physical science students, Cambridge University Press, 1991.
7. L.Kirkup, experimental methods, John Wiley and Sons, 1994

Dodatek A. Tabele**Tabela A.1. Współczynniki rozkładu Studenta**







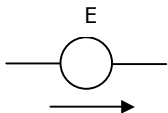
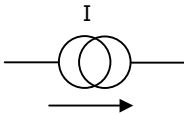



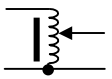

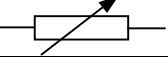
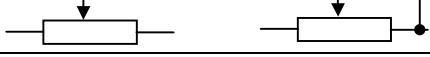



Liczba pomiarów N	t_p dla poziomu ufności $P_{\%}$					
	50%	80%	90%	95%	99%	99.9%
2	1.0	3.08	6.31	12.7	63.7	637.0
3	0.816	1.89	2.92	4.3	9.92	31.6
4	0.765	1.64	2.35	3.18	5.84	12.9
5	0.741	1.53	2.13	2.78	4.60	8.61
6	0.727	1.48	2.01	2.57	4.03	6.86
7	0.718	1.44	1.94	2.45	3.71	5.96
8	0.711	1.42	1.89	2.36	3.5	5.4
9	0.706	1.40	1.86	2.31	3.36	5.04
10	0.703	1.38	1.83	2.26	3.25	4.78







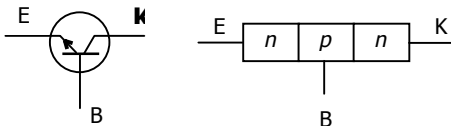
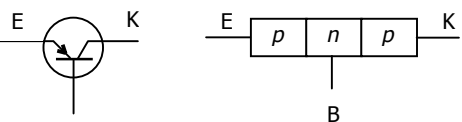




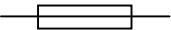





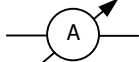
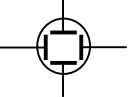
Tabela A.2. Tabela wartości funkcji prawdopodobieństwa rozkładu normalnego.

Podaje prawdopodobieństwo znalezienia wartości pomiaru x w przedziale $x_0 - t\delta_x \leq x \leq x_0 + t\delta_x$, gdzie x_0 wartość oczekiwana, t współczynnik porównania odchylenia z odchyleniem standardowym (patrz rozdz. II.3.5.) $P(t) = P(x_0 - t\delta_x \leq x \leq x_0 + t\delta_x)$

t	P(t)	t	P(t)	t	P(t)
0,00	0,0000	0,50	0,3829	1,00	0,6827
0,02	0,0160	0,52	0,3669	1,05	0,7063
0,04	0,0319	0,54	0,4108	1,10	0,7287
0,06	0,0478	0,56	0,4245	1,15	0,7499
0,08	0,0638	0,58	0,4381	1,20	0,7699
0,10	0,0797	0,60	0,4515	1,25	0,7887
0,12	0,0955	0,62	0,4647	1,30	0,8064
0,14	0,1113	0,64	0,4778	1,35	0,8230
0,16	0,1271	0,66	0,4907	1,40	0,8385
0,18	0,1428	0,68	0,5035	1,45	0,8529
0,20	0,1585	0,70	0,5161	1,50	0,8664
0,22	0,1741	0,72	0,5285	1,55	0,8789
0,24	0,1897	0,74	0,5407	1,60	0,8904
0,26	0,2051	0,76	0,5527	1,65	0,9011
0,28	0,2205	0,78	0,5646	1,70	0,9109
0,30	0,2358	0,80	0,5763	1,80	0,9281
0,32	0,2510	0,82	0,5878	1,90	0,9426
0,34	0,2661	0,84	0,5991	2,00	0,9545
0,36	0,2812	0,86	0,6102	2,20	0,9722
0,38	0,2961	0,88	0,6211	2,40	0,9836
0,40	0,3108	0,90	0,6319	2,60	0,9907
0,42	0,3255	0,92	0,6424	2,80	0,9949
0,44	0,3401	0,94	0,6528	3,00	0,9973
0,46	0,3545	0,96	0,6629	4,00	0,99994
0,48	0,3688	0,98	0,6729	5,00	0,999999


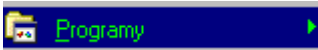
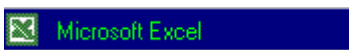


Tabela A.3. Symbole podstawowych elementów układów elektrycznych







Nazwa elementu	Oznaczenia
Węzeł obwodu	
Skrzyżowanie przewodów (brak połączenia)	
Ogniwo, bateria ogniw	
Źródło napięcia stałego	
Źródło napięcia przemiennego	
Generator funkcyjny	
Źródło napięciowe	
Źródło prądowe	
Przełącznik jednobiegunowy i dwubiegunowy	
Uziemienie	
Transformator	
Autotransformator	
Opornik	
Opornik nastawny	
Opornik regulowany, potencjometr	
Cewka powietrzna	
Cewka z rdzeniem	
Kondensator	



Kondensator nastawny	
Kondensator elektrolityczny	
Dioda półprzewodnikowa	
Dioda Zenera	
Fotodioda	
Dioda świecąca (LED)	
Tranzystor <i>n-p-n</i>	
Tranzystor <i>p-n-p</i>	
Dioda lampowa	
Trioda	
Żarówka	
Neonówka	
Bezpiecznik	
Mikrofon	
Głośnik	
Silnik elektryczny	
Wzmacniacz	
Woltomierz	
Amperomierz	
Oscyloskop	



Dodatek B. Krótka instrukcja tworzenia wykresów w Microsoft Excel

(opis dotyczy wersji MS Excel z Pakietu MS Office 2000)

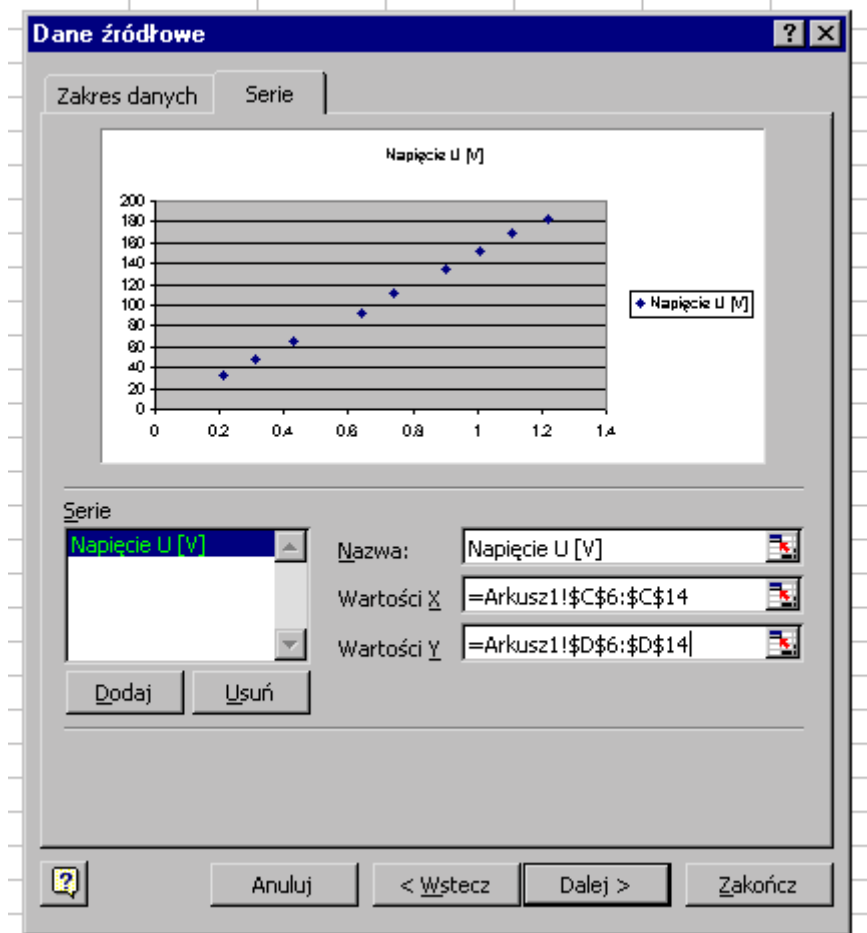
- Uruchom MS Excel   
- Wpisz nazwę zmiennej niezależnej do komórki np. C4 a nazwę zmiennej zależnej do komórki w sąsiedniej kolumnie D4. Wpisz nazwy, symbole jednostek do komórek poniżej, odpowiednio C5 i D5. Jeśli wpisany tekst nie mieści się na szerokości komórki możesz zwiększyć szerokość kolumny przesunąć kursor  do najwyższej linii (z numerami komórek) na lewy kraniec wybranej kolumny i kiedy kursor zmieni swój kształt na  trzymając wciśnięty przycisk myszy przesunąć linie brzegu kolumny w prawo.
- Wprowadź wartości współrzędnych punktów do kolejnych komórek arkusza.

- Na pasku narzędzi kliknij ikonę wykresu  wybierz typ wykresu  i podtyp . Kliknij ikonę . Wybierz  kliknij .

- W pierwszym okienku definicji wykresu wpisz nazwę wielkości przedstawianej. W kolejnych okienkach należy podać zakres zmiennych X i Y. Najwygodniej jest to zrobić przez kliknięcie ikony  (Wartości X) i zaznaczenie myszką obszaru wartości kolumny C i zakończyć klawiszem ENTER lub kliknięciem . Podobnie trzeba postąpić z zakresem Y.

Kliknij  i podaj w odpowiednich oknach informacje o opisie osi i siatce wykresu. Kliknij .

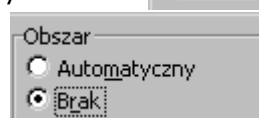
Umieść wskaźnik myszki na obszarze powstałego wykresu tak, by pojawił się komunikat Obszar kreślenia.

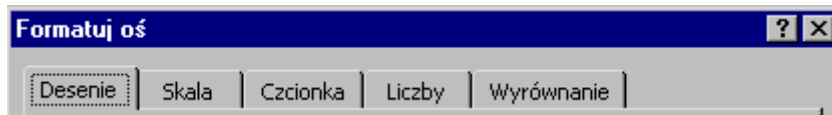
Kliknij prawym klawiszem myszki. Z rozwiniętego menu wybierz 

Wybierz Brak w opcji wypełnienia obszaru kreślenia.

a następnie kliknij OK.

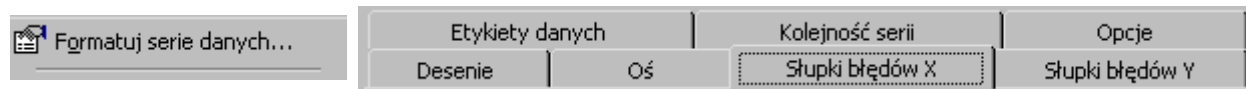


9. Podobnie w pobliżu osi na obszarze wykresu, gdy pojawi się komunikat lub kliknięcie prawym klawiszem myszki pozwoli na przejście do opcji formatowania osi



W szeregu rozwijających się opcji można określić niestandardowe ustawienia takich parametrów wykresu jak zakres i typ skali oraz czcionkę i format zapisu liczb. Należy zwrócić uwagę na właściwy dobór zakresów osi tak, by dane rozłożone były w całym obszarze wykresu.

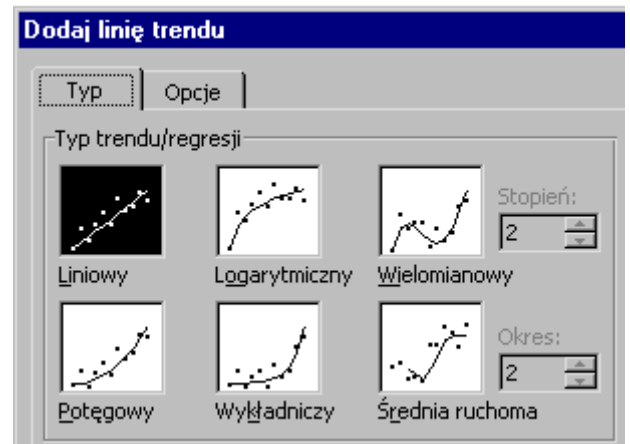
7. Klikając w obszarze wykresu na punkty (prawy klawisz myszki) można wywołać opcję formatowania pojedynczego punktu danych i zmienić kształt, wielkość i kolor symbolu danego punktu. Podobnie można postąpić dla całej serii danych wywołując w ten sam sposób opcję .



Szczególnie przydatna jest opcja wykazywania na wykresie słupków błędów.

8. Nanoszenie linii trendu. W obszarze wykresu na punkty prawym klawiszem myszki można wywołać opcję a następnie z wyświetlonego menu wybrać typ oraz dodatkowe opcje takie jak wyświetlenie równania, współczynnika korelacji.

9. Klikając prawym klawiszem myszki na utworzonej linii trendu można dokonać formatowania linii trendu, zmieniając kolor, grubość a także typ funkcji.



10. Drukowanie wykresu. Używając myszki zaznacz obszar arkusza zawierający wykres. Następnie z menu wybierz **Drukuj...**

Sprawdź i ewentualnie zmień ustawienia drukarki – min. format papieru i wybierz opcję drukowania zaznaczonego wykresu.

Koniecznym jest obejrzenie wyglądu wydruku przed właściwym drukowaniem

